PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 1. 1. Januar 1912. Redaktionsschluß für No. 2 am 5. Januar 1912. 13. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Abraham, Zur Theorie der Gravitation. S. 1.

M. Abraham, Das Elementargesetz der Gravitation. S. 4.

E. Goldstein, Über Erzeugung von Kanalstrahlen in Kalium, Rubidium und Cäsium. S. 6.

B. Walter, Absorptionsspektra phosphoreszierender Stoffe. S. 6.

K. W. F. Kohlrausch und E. v. Schweidler, Über die experimentelle Untersuchung der Schwankungen der radioaktiven Umwandlung. S. 11.

R. Swinne, Über einige zwischen den radioaktiven Elementen bestehende Beziehungen. S. 14.

V. Bjerknes, Über die einfachsten hydrodynamischen Kraftfelderscheinungen. S. 21.

K. Bergwitz, Die Registrierung des atmosphärischen Potentialgefälles mit Hilfe des Einfaden- und Zweifaden-Elektrometers nach Wulf. S. 28.

G. Hoffmann, Ein einfacher Demonstrationsapparat für Wechselstromversuche. S. 30.

E. Dorn, Die Erzeugung kathodenstrahlartiger Sekundärstrahlen durch Röntgenstrahlen. S. 31.

R. W. Wood, Kritische Bemerkung zu der Arbeit des Herrn Steubing: „Über strahlende Emission seitens des Funkens". S. 32.

Vorträge und Diskussionen von der 83. Naturforscherversammlung zu Karlsruhe:

H. Lehmann, Lumineszenzanalyse mittels der *UV*-Filterlampe. S. 35.

E. F. Huth, Ein direkt zeigender Wellenmesser. Ein einfacher Empfangsapparat speziell zur Aufnahme des Zeitsignals. Ein neues Saitengalvanometer. Glimmerdrehplattenkondensatoren. S. 36.

Zusammenfassende Berichte:

W. E. Pauli, Über Phosphoreszenz. S. 39.

Besprechungen:

Deutsche Südpolar-Expedition 1901 bis 1903. Meteorologische und magnetische Beobachtungen. S. 46.

H. Dingler, Grenzen und Ziele der Wissenschaft. S. 48.

Personalien. S. 48.

Angebote. S. 48.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Theorie der Gravitation.

(Aus den Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.)

Von Max Abraham.

In einer vor kurzem erschienenen Arbeit hat A. Einstein[1]) die Hypothese aufgestellt, daß die Geschwindigkeit des Lichtes (c) vom Gravitationspotential (Φ) abhänge. In der folgenden Note entwickle ich eine Theorie der Schwerkraft, welche dem Prinzip der Relativität genügt, und leite aus ihr eine Beziehung zwischen c und Φ ab, die in erster Annäherung mit der Einsteinschen gleichwertig ist. Diese Theorie schreibt den Dichten der Energie und des Energiestromes im Schwerkraftfelde Werte zu, die von den bisher angenommenen verschieden sind.

Indem wir der Darstellung Minkowskis folgen, betrachten wir

$$x,\ y,\ z \text{ und } u = il = ict$$

als Koordinaten eines vierdimensionalen Raumes. Die „Ruhdichte" ν sei ein Skalar in diesem Raume, und ebenso das Schwerkraftpotential Φ; sie mögen miteinander verknüpft sein durch die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2}=4\pi\gamma\nu. \quad (1)$$

(γ ist die Gravitationskonstante.)

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **35**, 898, 1911.
2) H. Minkowski, Göttinger Nachr. 1908, S. 53.

Die „bewegende Kraft", welche im Schwerkraftfelde auf die Einheitsmasse wirkt, ist ein Vierervektor

$$\mathfrak{F} = -\operatorname{Grad}\Phi \quad (2)$$

mit den Komponenten

$$\mathfrak{F}_x=-\frac{\partial\Phi}{\partial x},\quad \mathfrak{F}_y=-\frac{\partial\Phi}{\partial y},\quad \mathfrak{F}_z=-\frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad (2a)$$

$$\mathfrak{F}_u=-\frac{\partial\Phi}{\partial u}$$

Den Gleichungen (1) und (2) zufolge ändert sich die Schwerkraft mit der Geschwindigkeit des Lichtes fort, wie es das Relativitätsprinzip verlangt; während indessen die Lichtwellen transversal sind, sind die Schwerkraftwellen longitudinal.

Wir schreiben $\dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}\ \dot{u}$ für die ersten Ableitungen der Koordinaten eines materiellen „Weltpunktes" nach seiner „Eigenzeit" τ, d. h. für die Komponenten des Vierervektors „Geschwindigkeit" $\mathfrak{V}$, und $\ddot{x}\ \ddot{y}\ \ddot{z}\ \ddot{u}$ für die zweiten Ableitungen, d. h. für die Komponenten des Vierervektors „Beschleunigung" $\mathfrak{B}$. Dann lauten die Bewegungsgleichungen[1]):

$$\ddot{x}=\mathfrak{F}_x,\quad \ddot{y}=\mathfrak{F}_y,\quad \ddot{z}=\mathfrak{F}_z,\quad \ddot{u}=\mathfrak{F}_u. \quad (3)$$

Es besteht zwischen den ersten Ableitungen die Identität:

1) Wenn der Materie Energie in nicht mechanischer Form zugeführt wird, so bedürfen die Minkowskischen Bewegungsgleichungen der Abänderung, wie ich gezeigt habe. Vgl. diese Zeitschr. **10**, 737, 1909; **11**, 527, 1910. Aber jetzt handelt es sich um rein mechanische Wirkungen, so daß jene Abänderung nicht in Frage kommt.

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + \dot{u}^2 = -c^2, \qquad (4)$$

oder

$$l^2\left\{\left(\frac{dx}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dl}\right)^2 - 1\right\} = -c^2.$$

Setzt man also

$$\beta^2 = \left(\frac{dx}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dl}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dl}\right)^2, \qquad (4a)$$

$$\varkappa = \sqrt{1-\beta^2};$$

so folgt

$$l = \frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}} = c\,\varkappa^{-1}. \qquad (4b)$$

Nun erhält Minkowski, indem er Gl. (4) nach der Eigenzeit differenziert, die Bedingung der „Orthogonalität" der Vierervektoren Geschwindigkeit und Beschleunigung. Wenn jedoch c als veränderlich angesehen wird, tritt an Stelle jener Bedingung die folgende:

$$\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} + \dot{u}\ddot{u} = -c\frac{dc}{d\tau}, \qquad (5)$$

wie die Differentiation von Gl. (4) zeigt. Indem wir hier, statt der Beschleunigung, nach (3) und (2) die bewegende Kraft einführen, erhalten wir

$$x\frac{\partial \Phi}{\partial x} + y\frac{\partial \Phi}{\partial y} + z\frac{\partial \Phi}{\partial z} + u\frac{\partial \Phi}{\partial u} = c\frac{dc}{d\tau}$$

oder

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = c\frac{dc}{d\tau}.$$

Die Integration ergibt

$$\frac{c^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} = \Phi - \Phi_0, \qquad (6)$$

wo c_0 und Φ_0 Lichtgeschwindigkeit und Gravitationspotential im Koordinatenursprung bedeuten. Die Gl. (6) besagt: Der Zuwachs des halben Quadrats der Lichtgeschwindigkeit ist gleich dem Zuwachs des Schwerkraftpotentials.

An Stelle dieser, nach unserer Theorie exakt gültigen Beziehung kann man, bei Vernachlässigung des Quadrats des Quotienten aus Φ und c^2, die Einsteinsche Formel setzen (l. c. S. 906):

$$c = c_0\left(1 + \frac{\Phi - \Phi_0}{c^2}\right).$$

Indessen läßt die Formel (6) besser die Unabhängigkeit von dem willkürlich wählbaren Koordinatenursprung hervortreten.

Es ist lehrreich, die erhaltene Beziehung der Emissionstheorie des Lichts gegenüberzustellen. Wir wollen uns vorstellen, daß die von der Lichtquelle emittierten Teilchen sich gemäß den Gesetzen der Galileischen Mechanik bewegen, und daß sie der Schwerkraft unterworfen seien. Dann würden sie einen Zuwachs an lebendiger Kraft erfahren, welcher gleich der Abnahme der potentiellen Energie ist. Dagegen ist der nach (6) berechnete Zuwachs der Lichtteilchen an lebendiger Kraft gleich der Zunahme ihrer potentiellen Energie, d. h. von gleichem Betrage, aber von entgegengesetztem Vorzeichen, wie der aus der Emissionstheorie folgende. Was aber die Krümmung der Lichtstrahlen im Schwerkraftfelde anbelangt, die aus (6) mit Hilfe des Huygensschen Prinzips sich ableiten läßt[1]), so ist sie identisch mit der Krümmung der Bahnkurve jener Lichtteilchen. Es ist dies eine der zahlreichen unvollständigen Analogien zwischen der modernen Strahlungstheorie und der Emissionstheorie des Lichtes.

Wir betrachten die Bewegung eines materiellen Punktes, von der Masse m, im Schwerkraftfelde. Die ersten drei der Bewegungsgleichungen (3) ergeben:

$$m\frac{d\dot{x}}{d\tau} = -m\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad m\frac{d\dot{y}}{d\tau} = -m\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad m\frac{d\dot{z}}{d\tau} = -m\frac{\partial \Phi}{\partial z}; \qquad (7)$$

sie enthalten den Impulssatz. Dagegen drückt die letzte der Gleichungen (3):

$$m\frac{dl}{d\tau} = -mi\,\tilde{\gamma}_u = mi\frac{\partial \Phi}{\partial u} = m\frac{\partial \Phi}{\partial l} \qquad (8)$$

in der Minkowskischen Mechanik den Satz von der lebendigen Kraft aus. Wenn insbesondere das Schwerkraftfeld zwar vom Orte, aber nicht von der Zeit abhängt, so erhält man, indem man (8) mit c multipliziert und (4b) berücksichtigt:

$$mc\frac{d}{d\tau}(c\,\varkappa^{-1}) = 0. \qquad (9)$$

Nun deutet Minkowski, indem er c als konstant ansieht, $m(c^2\varkappa^{-1} - 1)$ als kinetische Energie des materiellen Punktes. Hingegen in der hier entwickelten Theorie, die c als veränderlich betrachtet, wäre dies nicht zulässig. Es scheint auch nicht möglich zu sein, in diesem Falle einen allgemeinen Ausdruck für die Energie des materiellen Punktes anzugeben, dessen Abnahme genau gleich der dem Schwerkraftfelde entzogenen Energie wäre.

Wir können uns indessen davon überzeugen, daß wenigstens für kleine Geschwindigkeiten aus (9) das — in diesem Bereiche von der Erfahrung bestätigte — Theorem von der Erhaltung der Energie folgt. Aus (9) erhält man

$$mc\,\varkappa^{-1} = \text{Konstante}. \qquad (9a)$$

1) A. Einstein hat gezeigt, daß ein die Sonnenoberfläche passierender Lichtstrahl nach der Sonne hin abgelenkt wird, und hat die Aufmerksamkeit der Astronomen auf diese Konsequenz der Theorie gelenkt, die vielleicht zu ihrer Prüfung dienen kann.

Indem wir Quadrate und Produkte von β^2 und $\frac{\Phi-\Phi_0}{c^2}$ vernachlässigen, schreiben wir, gemäß (4a):

$$\varkappa^{-1} = (1-\beta^2)^{-1/2} = 1 + {}^1/_2\,\beta^2, \quad \beta^2 = \frac{v^2}{{c_0}^2},$$

und, gemäß (6):

$$c = \{{c_0}^2 + 2\,(\Phi - \Phi_0)\}^{1/2} = c_0 + \frac{\Phi-\Phi_0}{c_0}.$$

Dann erhalten wir

$$m\,c\,\varkappa^{-1} = m\,c_0\,(1 + {}^1/_2\,\beta^2) + m\,\frac{\Phi-\Phi_0}{c_0}.$$

Multiplizieren wir also (9a) mit c_0, so folgt

$${}^1/_2\,m\,v^2 + m\,\Phi = \text{Konstante}, \qquad (9b)$$

d. h. das Gesetz von der Erhaltung der Energie in der gewöhnlichen Form. Im Grenzfalle kleiner Geschwindigkeit stimmt also die neue Mechanik mit der alten überein. Jetzt tritt auch deutlich als Folge der Beziehung (6) zwischen Lichtgeschwindigkeit c und Schwerkraftpotential Φ hervor, daß nicht nur die „kinetische" Energie ${}^1/_2\,m\,v^2$, sondern auch die potentielle Energie $m\,\Phi$ an dem materiellen Punkte selbst haften.

Wir betrachten jetzt zwei materielle Punkte, von den Massen m und m_0, welche sich mit geringen Geschwindigkeiten in einem stationären Schwerkraftfelde bewegen. Jeder der beiden Punkte besitzt eine potentielle Energie, deren mit dem Abstand r vom anderen veränderlicher Teil beträgt:

$$-\gamma\,\frac{m_0 m}{r} = -E.$$

Es beträgt somit im ganzen der veränderliche Teil der potentiellen Energie der beiden Punkte $-2E$. Wenn also die beiden Punkte, ihrer wechselseitigen Anziehung folgend, sich einander nähern, so ist der Zuwachs ihrer gesamten lebendigen Kraft gleich der Hälfte der Abnahme ihrer gesamten potentiellen Energie.

Wo bleibt nun die andere Hälfte? Offenbar im Schwerkraftfelde. In der Tat schreibt, wie wir sehen werden, unsere Theorie der Feldenergie in diesem Falle den Wert E zu, der entgegengesetzt gleich dem bisher angenommenen ist. So verschwindet die von Maxwell[1]) hervorgehobene Schwierigkeit, daß die Energiedichte im Schwerkraftfelde — wenn sie für verschwindende Kraft gleich null gesetzt wird — anderswo negativ ausfallen würde. Der Ausdruck (13) für die Energiedichte im Schwerkraftfelde, zu dem wir gelangen werden, ist wesentlich positiv. Aber die gesamte Energie des Systems enthält eben, außer der Feldenergie E, noch die Energie der Materie, deren potentieller Teil im stationären Felde $-2E$ beträgt.

V. Volterra[1]) kommt das Verdienst zu, den Begriff der Energiestrōmung auf das Gravitationsfeld ausgedehnt zu haben. Indessen beruht sein Ausdruck für den Energiestrom auf der Maxwellschen Annahme über die Energieverteilung im Felde. Dementsprechend wird die hier entwickelte Theorie auch bezüglich des Energiestromes zu anderen Ergebnissen gelangen.

Die fiktiven Spannungen, der Energiestrom, sowie die Dichten von Energie und Impuls eines Feldes hängen von einem „vierdimensionalen Tensor"[2]) ab. Wir schreiben für die zehn Komponenten des Gravitationstensors:

$$\left.\begin{aligned}
X_x &= \frac{1}{4\pi\gamma}\left\{-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \Psi\right\}\\
Y_y &= \frac{1}{4\pi\gamma}\left\{-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \Psi\right\}\\
Z_z &= \frac{1}{4\pi\gamma}\left\{-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2 + \Psi\right\}\\
X_y &= Y_x = -\frac{1}{4\pi\gamma}\,\frac{\partial\Phi}{\partial x}\,\frac{\partial\Phi}{\partial y}\\
Y_z &= Z_y = -\frac{1}{4\pi\gamma}\,\frac{\partial\Phi}{\partial y}\,\frac{\partial\Phi}{\partial z}\\
Z_x &= X_z = -\frac{1}{4\pi\gamma}\,\frac{\partial\Phi}{\partial z}\,\frac{\partial\Phi}{\partial x}
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$\left.\begin{aligned}
X_u &= U_x = -\frac{1}{4\pi\gamma}\,\frac{\partial\Phi}{\partial u}\,\frac{\partial\Phi}{\partial x}\\
Y_u &= U_y = -\frac{1}{4\pi\gamma}\,\frac{\partial\Phi}{\partial u}\,\frac{\partial\Phi}{\partial y}\\
Z_u &= U_z = -\frac{1}{4\pi\gamma}\,\frac{\partial\Phi}{\partial u}\,\frac{\partial\Phi}{\partial z}
\end{aligned}\right\} \qquad (10a)$$

$$U_u = \frac{1}{4\pi\gamma}\left\{-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)^2 + \Psi\right\}. \qquad (10b)$$

Dabei sind Φ und

$$\Psi = {}^1/_2\left\{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial u}\right)^2\right\} \qquad (10c)$$

vierdimensionale Skalare. Man sieht also ohne weiteres ein, daß die Komponenten (10), (10a), (10b) des Zehnertensors sich in der Tat wie die Quadrate und Produkte der Koordinaten $x\,y\,z\,u$ transformieren. Aus ihnen leiten sich die

1) Clerk Maxwell, Scientific papers 1, 570.

1) V. Volterra, Nuovo Cimento 337, 1899, I.

2) Über diese „Welttensoren" oder „Zehnertensoren" vgl. M. Abraham, Rendiconti del circolo matematico di Palermo 1910, I; A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **32**, 749, 1910; M. Laue, „Das Relativitätsprinzip", Braunschweig 1911, S. 73.

Komponenten der auf die Volumeinheit bezogenen bewegenden Kraft folgendermaßen ab:

$$\left.\begin{aligned} \nu\mathfrak{F}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} + \frac{\partial X_u}{\partial u} \\ \nu\mathfrak{F}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} + \frac{\partial Y_u}{\partial u} \\ \nu\mathfrak{F}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} + \frac{\partial Z_u}{\partial u} \\ \nu\mathfrak{F}_u &= \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{\partial U_u}{\partial u} \end{aligned}\right| \quad (11)$$

Indem man hier die obigen Ausdrücke für die Komponenten des Zehnertensors einsetzt, und die Differentialgleichung (1) berücksichtigt, gelangt man für die bewegende Kraft pro Volumeinheit zu dem mit (2) übereinstimmenden Werte

$$\nu\mathfrak{F} = -\nu\,\mathrm{Grad}\,\Phi. \quad (12)$$

Wir diskutieren die Formeln für die Komponenten des Gravitationstensors. Die ersten sechs Komponenten (10) bestimmen die „fiktiven Spannungen“ im Schwerkraftfelde. Im stationären Felde herrschen die Normalspannungen:

$$\left.\begin{aligned} X_x &= \frac{1}{8\pi\gamma}\left|-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right|, \\ Y_y &= \frac{1}{8\pi\gamma}\left|\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right|, \\ Z_z &= \frac{1}{8\pi\gamma}\left|\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2\right|, \end{aligned}\right| \quad (12a)$$

und die Schubspannungen

$$\left.\begin{aligned} X_y = Y_x &= -\frac{1}{4\pi\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial x}\frac{\partial\Phi}{\partial y}, \\ Y_z = Z_y &= -\frac{1}{4\pi\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial y}\frac{\partial\Phi}{\partial z}, \\ Z_x = X_z &= -\frac{1}{4\pi\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial z}\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \end{aligned}\right| \quad (12b)$$

Sie entsprechen einem Druck längs der Kraftlinien, und einem Zug senkrecht zu den Kraftlinien, deren gemeinsamer Wert proportional dem Quadrate der Feldstärke, und, für ein stationäres Feld, der Energiedichte (ϵ) gleich ist [siehe Gl. (13)]. Für ein zeitlich veränderliches Feld kommt noch ein hydrostatischer Druck hinzu:

$$p = \frac{1}{8\pi\gamma}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial l}\right)^2, \quad (12c)$$

der von den Normalspannungen (12a) in Abzug zu bringen ist.

Die Energiedichte im Schwerkraftfelde ist:

$$\epsilon = U_u = \frac{1}{8\pi\gamma}\left|\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial l}\right)^2\right|; \quad (13)$$

sie ergibt sich als wesentlich positiv und zwar, im stationären Feld, als proportional dem Quadrate der Schwerkraft $\mathfrak{F}$.

Der Energiestrom hat die Komponenten[1]):

$$\mathfrak{S}_x = icU_x, \quad \mathfrak{S}_y = icU_y, \quad \mathfrak{S}_z = icU_z$$

mithin folgt aus (10a):

$$\mathfrak{S} = -\frac{1}{4\pi\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\,\mathrm{grad}\,\Phi = \frac{1}{4\pi\gamma}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\cdot\mathfrak{F}, \quad (14)$$

d. h. der Energiestrom hat die Richtung der Schwerkraft; sein Betrag ist dem Produkte aus demjenigen der Schwerkraft und dem zeitlichen Anstiege des Potentials proportional.

Multipliziert man die letzte der Gl. (11) mit $-ic$, so lautet sie[1]):

$$-ic\nu\mathfrak{F}_u = -\,\mathrm{div}\,\mathfrak{S} - \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}. \quad (14a)$$

Es ergibt also

$$-ic\nu\mathfrak{F}_u = ic\nu\frac{\partial\Phi}{\partial u} = \nu\frac{\partial\Phi}{\partial l} \quad (14b)$$

die Energie, welche, für Raum- und Zeiteinheit, dem Felde entzogen, und der Materie zugeführt wird.

Da ferner, wie aus (11) zu ersehen[1]),

$$\frac{i}{c}X_u, \quad \frac{i}{c}Y_u, \quad \frac{i}{c}Z_u$$

die Komponenten der Impulsdichte (g) des Schwerkraftfelds sind, so folgt[1]) aus (10a):

$$\mathfrak{g} = \frac{1}{c^2}\mathfrak{S} = \frac{1}{4\pi\gamma c^2}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\cdot\mathfrak{F}. \quad (15)$$

Die Symmetrie des Zehnertensors bringt diese Beziehung zwischen Energiestrom und Impulsdichte[2]) mit sich.

1) Hier wird die Lichtgeschwindigkeit c als konstant betrachtet, und also der oben besprochene Einfluß des Potentials auf sie vernachlässigt.

2) M. Planck, diese Zeitschr. **9**, 828, 1908, hat die Forderung aufgestellt, daß auch ein mechanischer Energiestrom immer einen entsprechenden Impuls bedingt.

Mailand, Dezember 1911.

(Übersetzt vom Verfasser.)

(Eingegangen 14. Dezember 1911.)

Das Elementargesetz der Gravitation.

(Aus den Rendiconti della R. Accademia dei Lincei.)

Von Max Abraham.

In der vorangehenden Note habe ich eine Theorie der Gravitation entwickelt; ihr zufolge genügt das Potential der Differentialgleichung (1):

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} = 4\pi\gamma\nu. \quad (1)$$

Wir wollen aus ihr das Elementargesetz für die Anziehung zweier bewegter Massenpunkte ableiten. Offenbar wird dieses Gesetz einfacher

ausfallen, als das Elementargesetz für die Abstoßung zweier elektrischer Punktladungen[1]), insofern als die Geschwindigkeit des angezogenen Punkts nicht explizite eingeht. Wir wollen uns mit einer Annäherung begnügen, indem wir den — früher dargelegten — Einfluß des Gravitationspotentials auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c des Lichts und der Schwerkraft hier außer acht lassen; dieser Einfluß wird um so geringer sein, je kleiner die Massen der beiden materiellen Punkte sind.

Die Integration von (1) geschieht am raschesten nach der Methode von Herglotz[2]), welcher sie als Poissonsche Gleichung eines vierdimensionalen Potentials deutet. Seien $x\ y\ z\ u$ die Koordinaten des anziehenden „Weltpunkts" P und $x_0\ y_0\ z_0\ u_0$ die Koordinaten des angezogenen „Weltpunkts" P_0, sei $\mathfrak{R}$ der von P_0 zu P gezogene Vierervektor, und

$$R = \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2+(u-u_0)^2} \quad (2)$$

dessen Betrag.

Dann folgt aus (1) als Ausdruck des Schwerkraftpotentials:

$$\Phi = -\frac{\gamma}{\pi}\int\int\int\int \frac{\nu\, dx\, dy\, dz\, du}{R^2}. \quad (3)$$

Indem wir zur Grenze einer punktförmigen Masse übergehen, setzen wir

$$\lim\{\int\int\int \nu\, dx\, dy\, dz\} = m\, d\tau$$

(τ Eigenzeit von P). Dann wird

$$\Phi = -\frac{m\gamma}{\pi}\int \frac{d\tau}{R^2}. \quad (4)$$

Die Berechnung[3]) dieses Integrals geschieht mit Hilfe der Cauchyschen Residuenmethode. Das Residuum bezieht sich auf

$$R = 0,$$

d. h.

$$u - u_0 = -ir, \quad t_0 - t = \frac{r}{c},$$

wo r der räumliche Abstand des anziehenden Punkts P zur Zeit t und des angezogenen Punkts P_0 zur Zeit $t_0 = t + \frac{r}{c}$ ist. Da in der Nachbarschaft dieses Punkts gilt:

$$R^2 = 2\,r\,c\,S,$$

wo S der vierdimensionale Skalar ist:

$$S = \frac{1}{c}(\mathfrak{R}\mathfrak{V}) = \frac{1}{c^2}\{(x-x_0)\dot{x} + (y-y_0)\dot{y} + (z-z_0)\dot{z} - ir\dot{u}\}, \quad (5)$$

so erhält man als Gravitationspotential eines Punkts:

$$\Phi = -\gamma\frac{m}{S}. \quad (6)$$

Selbstverständlich beziehen sich in (5) die Werte von $x\ y\ z\ \dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}\ \dot{u}$ auf die Zeit des Entsendens (t), dagegen $x_0\ y_0\ z_0$ auf die Zeit des Eintreffens $\left(t_0 = t + \frac{r}{c}\right)$ der zur Zeit t vom Massenpunkte P entsandten Welle im Aufpunkte P_0.

Um den Gradienten von Φ zu berechnen, empfiehlt es sich, zuerst (3) nach den Koordinaten $x_0\ y_0\ z_0\ u_0$ zu differenzieren, und erst dann zur Grenze einer punktförmigen Masse überzugehen[1]). Man erhält so

$$\mathfrak{F} = -\operatorname{Grad}\Phi = \frac{icm\gamma}{\pi}\int \frac{2\,d\tau\,\mathfrak{R}}{R^4},$$

und, als Residuum des Integrals in bezug auf $R = 0$, den entsprechenden Wert von

$$\tfrac{1}{2}\left\{\mathfrak{R}\left(\frac{1}{cS^3} - T\right) + \mathfrak{V}\frac{1}{c^2S^2}\right\},$$

wo T den vierdimensionalen Skalar bedeutet:

$$T = \frac{1}{c^2}(\mathfrak{R}\dot{\mathfrak{V}}) = \frac{1}{c^2}\{(x-x_0)\ddot{x} + (y-y_0)\ddot{y} + (z-z_0)\ddot{z} - ir\ddot{u}\}. \quad (7)$$

Es folgt hieraus als bewegende Kraft von P auf P_0 der Vierervektor

$$m_0\mathfrak{F} = -m_0\operatorname{Grad}\Phi = \gamma m m_0\left\{\mathfrak{R}\cdot\frac{1}{S^3} - T + \mathfrak{V}\cdot\frac{1}{cS^2}\right\}. \quad (8)$$

Diesem Elementargesetz zufolge stellt sich die von P auf P_0 ausgeübte bewegende Kraft als Summe zweier Vierervektoren dar, von denen der eine dem vom Weltpunkte P_0 nach P gezogenen Fahrstrahl $\mathfrak{R}$, der andere dem Geschwindigkeitsvektor $\mathfrak{V}$ von P parallel ist. Dieses entspricht den Ansätzen von Poincaré[2]) und von Minkowski[3]). Doch ist unser Elementargesetz einfacher, insofern als die Geschwindigkeit des angezogenen Punkts nicht eingeht, und allgemeiner, weil es auch die Beschleunigung des anziehenden Punkts berücksichtigt. Seine Vergleichung mit der astronomischen Beobachtung könnte zur Prüfung der in der vorigen Note entwickelten Theorie der Schwerkraft dienen.

Mailand, Dezember 1911.

(Übersetzt vom Verfasser.)

(Eingegangen 14. Dezember 1911.)

1) K. Schwarzschild, Göttinger Nachrichten 1903, S. 132; M. Abraham, Theorie der Elektrizität. II. S. 97 der 2. Aufl.

2) G. Herglotz, Göttinger Nachrichten 1904.

3) Siehe in bezug auf die Einzelheiten der Rechnung A. Sommerfeld, Ann. der Phys. **33**, 665, 1910, sowie Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wissensch. 1911, S. 51, wo das analoge elektrische Problem behandelt wird.

1) Vgl. Anm. 3 auf der vorigen Spalte.

2) H. Poincaré, Rendiconti del circolo matematico di Palermo 1906, I, S. 174.

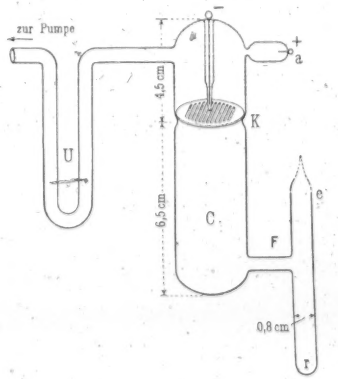
3) H. Minkowski, Göttinger Nachrichten 1908, S. 57; s. auch A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **33**, 684, 1910.

Über Erzeugung von Kanalstrahlen in Kalium, Rubidium und Cäsium.

Von E. Goldstein[1].

In einer früheren Mitteilung[2] habe ich ein Verfahren zur Darstellung des Kathodenlichtes induzierter Entladungen in den Dämpfen von *K*, *Rb* und *Cs* beschrieben. Es gelingt nach diesem Verfahren auch, die Kanalstrahlen in den genannten Medien gesondert und rein darzustellen. Da frühere Experimentatoren bei bezüglichen Versuchen anscheinend auf Schwierigkeiten gestoßen sind, so erlaube ich mir, eine kurze Notiz über die zum Ziele führende Versuchsform zu geben.

Die benutzten Röhren hatten die nachstehend skizzierte Form. Die weitesten Teile hatten etwa 3 cm Durchmesser; die Kathode *K* war eine mindestens $^3/_4$ mm dicke geschlitzte Nickelscheibe von 28 mm Durchmesser mit höchstens $^3/_4$ mm breiten Schlitzen. Die in



der Figur rechts gezeichnete Anode *a* befand sich in natura hinten, um den Zugang zum Einschüttrohr *e* ganz frei zu lassen. Durch das letztere wurde, wie l. c. näher beschrieben, das Metall in *r* eingebracht und vorläufig mit Benzol überschichtet. Nach dem Abdestillieren des Benzols (in das durch flüssige Luft gekühlte Rohr *U*) wurde die Röhre mit einem Erhitzungskasten umgeben, in dessen Vorderwand ein Streifen Glas eingelassen war, durch welchen hindurch man beobachtete. Unter dem Boden des Kastens brannte ein (einfacher bis dreifacher) Bunsenbrenner, der die zur Verdampfung des Metalls erforderliche Temperatur des Luftbades erzeugte.

Rubidium verdampft leichter als Kalium, noch leichter als Rubidium wird Cäsium flüchtig.

Die Kanalstrahlen der drei Metalle erscheinen in dem Raum *C* ebenso rein wie z. B. die Kanalstrahlen in verdünnter Luft; alle kohlehaltigen Dämpfe werden durch die bei *U* wirkende flüssige Luft eliminiert. Die Farbe der Kanalstrahlen in Rubidium ist gelbrötlich (die Farbe seiner Kathodenstrahlen in der Glimmlichtschicht ist violettblau). In Cäsium sind die Kanalstrahlen grünlichweiß mit leichtem Blaustich. In Kaliumdampf erschienen die Kanalstrahlen gelbrötlich, mit etwas anderer Nuance als in Rubidium.

Das Spektrum der Kanalstrahlen zeigt die hellsten Linien der betreffenden drei Grundspektra mit einigen Serienlinien. Dem Spektrum der Kaliumkanalstrahlen waren hell stets auch die gelben *D*-Linien aufgelagert.

Von praktischem Interesse ist, daß man die Versuche lange Zeit fortführen kann, ohne daß das Röhrenteil *C* sich unter dem Einfluß der Metalldämpfe schwärzt. Die Kanalstrahlen können daher sowohl transversal wie in Längssicht längere Zeit spektroskopisch beobachtet werden, und es dürfte daher möglich sein, an denjenigen Serienlinien, die noch hinreichend hell auftreten, namentlich aber an zahlreichen Linien der Grundspektra den Dopplereffekt für diese Metalldämpfe zu bestimmen.

(Eingegangen 15. November 1911.)

Absorptionsspektra phosphoreszierender Stoffe.

Von B. Walter.

(Mit Tafel I.)

Über die Art und die Stärke der Absorption des Lichts in phosphoreszierenden Stoffen scheinen bisher noch wenige Versuche vorzuliegen, und man scheint auch meistens der Ansicht zu sein, daß diese Absorption nur eine sehr geringfügige ist. Einesteils hat dazu wohl der Umstand beigetragen, daß die in Frage kommenden Stoffe, wobei ich besonders an die Sulfide der Erdalkalien denke, meistens keine nennenswerte Körperfarbe zeigen, sondern entweder weiß oder schwach gelblich, grünlich oder dergl. sind; und anderenteils ist ja auch bekannt, daß die eigentlich wirksame Substanz des Phosphors, das „wirksame Metall" von Lenard und Klatt, in diesen Stoffen stets in so außerordentlicher Verdünnung enthalten ist, daß man von seiner Seite her kaum eine starke Absorptionswirkung erwarten konnte.

Die Frage nach der Absorption dieser Sub-

1) Aus den Verhandl. d. D. Physik. Gesellsch. **13**, 972, 1911.

2) E. Goldstein, Verh. d. Phys. Ges. **12**, 426, 1910; diese Zeitschr. 11, 569, 1910.

stanzen ist nun aber schon deswegen von Interesse, weil es sich nach Lenard bei der Erregung des Phosphoreszenzlichts in gewissen Fällen um eine Erscheinung von selektivem oder resonanzartigem Charakter handeln soll[1]); denn auch von diesem Gesichtspunkte aus wird man bei diesen Stoffen nur eine geringfügige Absorption des erregenden Lichts erwarten.

Diese und andere Gründe waren es, welche mich veranlaßten, den Versuch zu machen, die Absorptionsspektra der wichtigsten dieser Stoffe womöglich photographisch festzulegen. Nach einigen weniger befriedigenden Vorversuchen erwies sich der folgende Weg als zweckentsprechend. Die betreffenden Substanzen, die meist den schönen Sammlungen von Leppin & Masche entnommen waren, wurden zunächst durch ein Sieb von ca. 0,1 mm Maschenweite in einen grob- und einen feinkörnigen Teil zerlegt, und dann der letztere in ein kleines Absorptionsgefäß gebracht, dessen innere Weite 0,3 mm betrug, und dessen Verschlußplatten einerseits von einer mehrere Millimeter dicken Quarzplatte und andererseits von einem mikroskopischen Deckplättchen aus gewöhnlichem Glas von 0,15 mm Dicke gebildet waren. Das Absorptionsgefäß wurde dann mit Klebwachs vor dem Spalt eines Quarzspektrographen befestigt, so daß das dünne Deckglas dem Spalt zugekehrt war. Dies hatte den Zweck, die phosphoreszierende Substanz so nahe wie möglich an den Spalt heranzubringen, um nämlich von dem zur Erzeugung des Absorptionsspektrums dienenden Lichte, das ja in der Substanz stark zerstreut werden mußte, soviel wie möglich in die Spaltöffnung eintreten zu lassen.

Als Lichtquelle diente ein Nernstkörper, dessen Bild mit einem Quarzflußspatobjektiv auf dem Spalt des Spektrographen entworfen wurde. Um dabei die Substanz vor zu starker Erwärmung zu schützen, war ferner eine in einem Absorptionstrog mit Quarzwänden befindliche Wasserschicht von 2 cm Dicke in den Gang der Strahlen eingeschaltet.

Auf der beifolgenden Tafel I stellen nun die Spektren 3, 4 und 5 die so erhaltenen Absorptionsspektra bzw. des *CaBiNa*-, *SrBiNa*- und *BaBiK*-Phosphors dar, während in 1 das Spektrum des Nernstkörpers ohne Zwischenschaltung einer solchen Stoffschicht vorliegt. Die Expositionszeit betrug beim Spektrum 1 nur etwa $^1/_{5000}$ von der bei den Spektren 3—5, woraus hervorgeht, daß das Licht in den hier in Frage kommenden Stoffschichten eine sehr starke Zerstreuung erfährt.

1) Siehe z. B. P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**, 672, 1910, sowie auch R. Pohl, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **13**, 961, 1911.

Die Spektren 2 und 6 der Tafel, die nur zur Festlegung der Wellenlängen dienen, zeigen das Linienspektrum des Lichts einer Quarzquecksilberlampe; und zwar wurde bei 2 nur der Wassertrog mit den Quarzwänden, bei 6 aber außerdem auch noch eines der 0,15 mm dicken Deckgläschen vorgeschaltet, wie sie nach den obigen Darlegungen auch bei den für die Erzeugung der Spektren 3—5 benutzten Absorptionsgefäßen zur Verwendung kamen. Man sieht, daß das Deckgläschen das Ultraviolett erst von $\lambda = 300\ \mu\mu$ an stärker zu absorbieren anfängt, sowie, daß diese Gegend für die hier in Rede stehenden Absorptionsspektren. 3—5 nicht mehr in Frage kommt.

Die Spektren 1—6 der Tafel wurden nacheinander auf verschiedenen Teilen derselben photographischen Platte aufgenommen, indem diese mit ihrer Kassette in bekannter Weise in dem Kassettenrahmen des Spektrographen verschoben wurde. Man kann also durch Zuhilfenahme der beiden Spektren 2 und 6 für jede beliebige Stelle der Spektren 3—5 die zugehörige Wellenlänge leicht ermitteln.

Bevor ich jedoch in dieser Hinsicht genauere Zahlenwerte angebe, sei zunächst darauf hingewiesen, daß schon der bloße Anblick der Spektren 3—5 erkennen läßt, daß es sich bei den in Frage kommenden Stoffen um kräftig ausgesprochene Absorptionsstreifen handelt, wie man sie bisher in der Regel nur an Lösungen beobachtet hat, so daß also auch damit die schon von verschiedenen Seiten ausgesprochene Vermutung, daß es sich bei den phosphoreszierenden Substanzen um sogen. feste Lösungen handelt, eine weitere Stütze erhält.

Weiter ist noch hervorzuheben, daß die Absorptionsstreifen der Spektren 3—5 sämtlich im äußersten Violett des sichtbaren Spektrums liegen, und daß es sich natürlich daraus erklärt, daß diese Stoffe trotz dieser kräftig ausgesprochenen Absorption keine nennenswerte Körperfarbe besitzen. Immerhin sei aber erwähnt, daß eine solche Farbe den sich mit der Herstellung der Phosphore beschäftigenden Forschern doch schon aufgefallen ist; denn Lenard und Klatt z. B. sprechen gelegentlich von der zarten gelblichen Färbung, welche den *CaBi*-Phosphoren eigen ist[1]).

Was sodann die Größe der Absorption in unseren Stoffen angeht, so läßt sich auch diese aus den Spektren 3—5 der Tafel wenigstens schätzungsweise entnehmen. Der Vergleich der Helligkeit an passenden Stellen der Absorptionsmaxima der Spektren mit den daneben liegenden nicht absorbierten Stellen zeigt nämlich,

1) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. **15**, 655, 1904.

daß das Licht im Absorptionsmaximum bei den Spektren 3 und 4 etwa auf $^1/_5$ und beim Spektrum 5 etwa auf $^1/_2$ seiner ursprünglichen Intensität abgeschwächt wurde, was also, da die absorbierende Schichtdicke kleiner als 0,3 mm war, für 1 mm Schichtdicke Durchlaßkoeffizienten kleiner als 0,005 bzw. 0,1 ergibt. Diese Absorption stimmt nun in der Größenordnung ungefähr mit derjenigen überein, welche man auch bei fluoreszierenden Lösungen findet, denn für die stärkst fluoreszierende Verdünnung des Fluoreszeins z. B. ergibt sich an der Stelle ihres Absorptionsmaximums nach früheren Versuchen von mir[1]) für 1 mm Schichtdicke ein Durchlaßkoeffizient von 0,7, d. h. jene phosphoreszierenden Stoffe absorbieren das in Rede stehende Licht z. T. sogar noch erheblich kräftiger als diese Lösung. Ferner stimmt auch der Gehalt der Lösung an fluoreszierender Substanz annähernd mit demjenigen des Phosphors an wirksamem Metall überein; denn beide liegen der Größenordnung nach um 0,01 Proz. herum. Für die Lösung folgt dies aus meinen Angaben in Wiedemanns Annalen **36**, 506 u. f. und für die Phosphore aus denjenigen von Lenard und Klatt in den Annalen der Physik **15**, 650 u. f.

Die Parallelität zwischen Phosphoreszenz und Fluoreszenz, die sich ja in so vielfacher Hinsicht zeigt, bewährt sich demnach auch hinsichtlich der Art und der Stärke der Absorption des erregenden Lichts durch die beiderseits in Frage kommenden wirksamen Teile der Lösung.

Zur vollständigen Begründung dieser Behauptung fehlt nun allerdings noch der Nachweis, daß diejenigen Wellenlängen, welche auf Grund der Spektra 3—5 von den betreffenden Stoffen absorbiert werden, in ihnen auch wirklich das Phosphoreszenzlicht erregen.

Um dies festzustellen, wurde im verdunkelten Zimmer mit zwei 60°-Quarzprismen und einer Quarzlinse das Spektrum eines Nernststifts objektiv entworfen und dabei vor einem Teil des dazu benutzten Spalts ein Reflexionsprisma aus Quarz angebracht, durch welches gleichzeitig das Licht einer Quarzquecksilberlampe hindurchgesandt wurde. Das Spektrum der letzteren, das mit einem Bariumplatinzyanürschirm aufgefangen wurde, lag dann unmittelbar neben dem Spektrum des Nernstkörpers und konnte so zur Ermittlung der Wellenlängen in letzterem dienen. Dieses seinerseits wurde natürlich auf die zu untersuchende phosphoreszierende Substanz geworfen.

Ließ man dann dieses Spektrum einige Minuten lang auf die letztere fallen, so zeigte sich nach dem Abschneiden des Lichts bei allen drei hier in Rede stehenden Stoffen ein Nachleuchten, welches in der Hauptsache von zwei Spektralbezirken herrührte, die durch einen dunkleren Bezirk voneinander getrennt waren. Von den beiden hellen Bezirken ferner leuchtete jedesmal derjenige, welcher nach der Seite der größeren Wellen hin gelegen war, ganz erheblich viel stärker als der andere; und es lehrte nun auch schon der bloße Hinblick, daß bei allen drei Stoffen die helleren Bezirke ihres Nachleuchtens annähernd an denselben Stellen des Spektrums lagen wie die starken Absorptionsstreifen in den Spektren 3—5 der Tafel. Genauere Angaben folgen später. Das zweite schwächere Nachleuchten ferner entsprach stets derjenigen Absorption, welche diese Stoffe, wie ja gleichfalls aus der Tafel hervorgeht, auf das gesamte äußerste Ultraviolett der hier in Frage kommenden Lichtquelle ausüben.

Die genauere Lage des Maximums der Erregung konnte allerdings für diesen letzteren, schwächer nachleuchtenden Spektralbezirk nur schwer festgestellt werden; dagegen ließen sich für die zwischen den beiden Erregungsbezirken liegenden Stellen des Minimums der Erregung mit ziemlicher Schärfe bestimmen, und, wie aus den Zahlenangaben der folgenden Tabelle I hervorgeht, stimmten diese Minima der Erregung tatsächlich mit den Minimas der Absorption, wie sie sich auf den Aufnahmen 3—5 der Tafel ja mit so großer Schärfe entnehmen lassen, aufs beste überein.

Tabelle I.

Wellenlängen maximaler und minimaler Absorption und Erregung.

bei	*Ca Bi*	*Sr Bi*	*Ba Bi*
maximale Absorption	415	430	450
„ Erregung	420	440	460
minimale Absorption	390	400	420
„ Erregung	385	395	420

Nach den oberen sechs Ziffern dieser Tabelle scheint es allerdings, als ob die Stelle der maximalen Erregung bei allen drei Stoffen bei einer etwas größeren Wellenlänge liegt als diejenige der maximalen Absorption; indessen bedarf dieses Ergebnis, wenn es auch keineswegs unwahrscheinlich ist, doch wohl noch der genaueren Bestätigung. Worauf es nämlich hier zunächst ankam, war die Feststellung der Tatsache, daß nur derjenige Teil des auf den Phosphor fallenden Spektrums in diesem Phosphoreszenzlicht erregt, welcher darin absorbiert wird, und nicht etwa umgekehrt derjenige, der darin nicht absorbiert wird; und dies dürfte nun durch die Zahlen der Tabelle I über allem Zweifel erhoben sein.

1) B. Walter, Wied. Ann. **34**, 321, 1888.

Man wird allerdings meinen, daß dieses Ergebnis von vornherein selbstverständlich war, da doch nur dasjenige Licht eine Wirkung ausüben kann, welches absorbiert wird. Indessen erschien diese Annahme doch gerade hier aus mehreren Gründen zweifelhaft; denn einerseits sollte ja die Phosphoreszenz, wie schon eingangs erwähnt wurde, nach Lenard als eine Resonanzerscheinung aufzufassen sein, bei der also eine eigentliche Absorption des Lichts erst in zweiter Linie in Frage kam, und andererseits gibt es auch eine Reihe von Erscheinungen, welche anzudeuten scheinen, daß es zur Erzielung eines kräftigen und lange anhaltenden Nachleuchtens hauptsächlich darauf ankommt, daß das erregende Licht möglichst tief in die fragliche Substanz eindringt, eine Bedingung, die dann doch gerade umgekehrt eine möglichst geringe Absorption dieses Lichts erfordern würde.

Alle diese Vermutungen dürften nun aber durch die oben mitgeteilten Versuche hinfällig gemacht sein; denn danach scheint auch bei der Phosphoreszenz ebenso wie bei der Fluoreszenz eine kräftige Absorption des erregenden Lichts unbedingt erforderlich, und darum dürfte auch die erstere Erscheinung ebensowenig wie die letztere als eine Resonanzerscheinung anzusprechen sein. Dagegen spricht ja übrigens vor allem auch schon der Umstand, daß die Wellenlänge des emittierten Lichts in beiden Fällen von der des absorbierten verschieden ist.

Außer den obigen Resultaten mehr allgemeinerer Natur folgt nun aber aus dem Vergleich der in der Tafel abgebildeten drei Absorptionsspektra noch eine bemerkenswerte Beziehung zwischen der Lage der Absorptionsstreifen dieser Phosphore und ihrer stofflichen Beschaffenheit. Schon der bloße Anblick der Tafel läßt nämlich erkennen, daß sich die Lage der beiden Absorptionsstreifen der drei hier in Frage kommenden Stoffe von einen Spektrum zum anderen um ein bestimmtes Stück nach dem Rot hin verschiebt, und da nun das wirksame Metall bei allen drei Substanzen das gleiche, nämlich Wismut, ist, so kann man schon daraus mit einiger Wahrscheinlichkeit den Schluß ziehen, daß die Wellenlänge der von einem solchen Phosphor absorbierten Strahlen weniger von der Art des wirksamen Metalls als von der des Erdalkalis abhängt. Dieser Schluß, der übrigens, wie wir später noch genauer sehen werden, auf einen charakteristischen Unterschied zwischen Phosphoreszenz und Fluoreszenz hindeutet, erhält nun tatsächlich noch eine ausgezeichnete Begründung durch die zahlreichen Versuche, welche Lenard in der eingangs erwähnten Abhandlung über die spektrale Verteilung der Erregung einer erheblich größeren Anzahl dieser Stoffe angestellt hat, und deren hier in Frage kommenden Ergebnisse in der nachfolgenden Tabelle II in passender Weise zusammengestellt sind.

Tabelle II.

Wellenlängen der Maxima der Dauererregung von Erdalkaliphosphoren nach Lenard.

		d_1	d_2	d_3
Ca	*Cu*	416	349	ca. 275
	Pb	—	351	„ 290
	Mn	419	349	„ 270
	Bi	418	ca. 320	—
Sr	*Cu*	430	360	ca. 300
	Pb	—	358	„ 298
	Ag	—	362	„ 320
	Mn	431	357	„ 290
	Zn	430	360	„ 297
	Bi	436	ca. 330	—
Ba	*Cu*	441	ca. 353	(285)
	Pb	—	377	ca. 332
	Bi	463	ca. 360	—

Gibt man nämlich zunächst zu, daß Erregung und Absorption sich bei allen diesen Stoffen wenigstens annähernd entsprechen — und daran ist ja nach den im ersten Teil dieser Abhandlung mitgeteilten Tatsachen wohl kaum noch zu zweifeln —, so stellen also die Wellenlängen der obigen Tabelle nicht bloß die Maxima der Erregung, sondern auch annähernd die der Absorption dar, und wir können demnach aus der Tabelle zwei bemerkenswerte Sätze entnehmen, nämlich 1. daß die Absorptionsmaxima der sämtlichen Phosphore eines und desselben Erdalkalimetalls stets annähernd an derselben Stelle des Spektrums liegen und also unabhängig von der Art des wirksamen Metalls sind; und 2. daß diese Maxima sich von einem Erdalkalimetalle zum anderen um ein ganz bestimmtes Stück im Spektrum verschieben.

Ehe ich auf die theoretische Bedeutung dieser Sätze eingehe, mögen zunächst die Ausnahmen, welche die Tabelle dagegen zu enthalten scheint, kurz besprochen werden. Dabei können wir zunächst die d_3-Maxima, trotzdem auch sie den genannten Sätzen im allgemeinen nicht im Wege stehen, beiseite lassen, da hier die Beobachtungsgenauigkeit nicht ausreicht; und ebenso sind auch von den d_2-Maximis gerade diejenigen, welche den oben aufgestellten Sätzen widersprechen, von dem Beobachter als unsicher angegeben worden. Immerhin sei aber erwähnt,

daß nach meinen eigenen Versuchen das d_2-Maximum der drei *Bi*-Phosphore, das allerdings wenig ausgesprochen war, bzw. bei 350, 365 und 390 lag, so daß demnach auch sie hier keine Ausnahme zu bilden scheinen.

Als einzige Ausnahme bleibt demnach in der Tabelle II nur noch der verhältnismäßig große Unterschied zwischen den d_1-Maximis der beiden *Ba*-Phosphore übrig, den auch ich bei der Wiederholung dieser Versuche — wenn auch in etwas kleinerem Grade — beobachten konnte; auch dieser aber scheint danach in der Hauptsache nur dadurch bedingt zu sein, daß hier gewisse Verschiebungen zwischen Erregungs- und Absorptionsmaximum stattfinden, worauf ich hier indessen nicht näher eingehe.

Was aber sodann die theoretische Bedeutung der beiden oben aus Tabelle II abgeleiteten Sätze anbetrifft, so sprechen nun dieselben offenbar beide in dem Sinne, daß es bei der Absorption des erregenden Lichts in diesen Stoffen auf die Natur des wirksamen Metalls wenig oder gar nicht, sehr wesentlich dagegen auf die des Erdalkalis ankommt.

Dieses Ergebnis erscheint mir u. a. auch deswegen bemerkenswert, weil es mit der Lenardschen Theorie der Phosphoreszenz kaum in Einklang zu bringen sein dürfte. Denn nach dieser Theorie sollen bei der Erregung des Phosphoreszenzlichts gerade die Atome des wirksamen Metalls von der Erregung ergriffen werden und dabei Elektronen aussenden, bei deren späterer Rückkehr zu ihren Metallatomen dann die Emission des Phosphoreszenzlichts erfolgt[1]).

Verhältnismäßig leicht dagegen läßt sich jenes Verhalten vom Standpunkte der chemischen Theorie der Phosphoreszenz verstehen, nach welcher bekanntlich diese Erscheinung in der Weise zustande kommt, daß durch die Einwirkung des erregenden Lichts eine bestimmte Verbindung A in eine andere B übergeführt wird, welche dann ihrerseits nach dem Aufhören der Bestrahlung sich entweder in A zurück- oder auch in einen dritten Körper C verwandelt und dabei das Phosphoreszenzlicht ausstrahlt. Nach dieser Theorie würde nämlich offenbar die Absorption des erregenden Lichts in der Hauptsache durch den Körper A geschehen, und da nun hierbei nach den oben gefundenen Beziehungen das wirksame Metall des Phosphors noch keine Rolle spielt, so wäre eben daraus zu schließen, daß in der Verbindung A noch kein wirksames Metall enthalten ist.

Diese Verbindung scheint vielmehr nach dem Obigen eine einfache Verbindung des betreffenden Erdalkalimetalles zu sein, und zwar handelt es sich hierbei möglicherweise direkt um das gewöhnliche Sulfid oder um eine höhere Schwefelungsstufe des letzteren. Die Wirkung des Lichtes bei seiner Absorption ferner besteht dann vielleicht darin, daß diese Verbindung A mit einer Verbindung des wirksamen Metalles eine Doppelverbindung B bildet, die dann bei ihrer spontanen Rück- oder Weiterverwandlung das Phosphoreszenzlicht ausstrahlt. So wenigstens würde sich zugleich auch die Tatsache erklären, daß die Farbe des letzteren Lichtes sowohl von der Natur des wirksamen Metalles als auch von der des Erdalkalis abhängt.

Wenn nun aber der Körper A durch das gewöhnliche Sulfid der Erdalkalien dargestellt wird, so schien die Erwartung gerechtfertigt, daß auch diese Sulfide schon dieselben Absorptionsstreifen zeigen, wie die entsprechenden Phosphore in den Spektren 3—5 der Tafel. Nach meinen Versuchen ist dies jedoch nicht der Fall; indessen kann dies vielleicht nur daran liegen, daß es sich bei den Sulfiden als solchen noch nicht um sogenannte feste Lösungen handelt, wie wir sie ja in den Phosphoren wahrscheinlich vor uns haben. Vielleicht ist es aber auch möglich, daß in den letzteren das wirksame Metall doch auch schon bei der Absorption des Lichtes von einer gewissen Bedeutung ist, insofern es hierbei zwar noch nicht auf die Art dieses Metalles, wohl aber auf sein Vorhandensein überhaupt, d. h. also auf seine Menge, ankommt. Die Umsetzung von A in B kann vielleicht durch das Dasein des wirksamen Metalles erleichtert werden. Für diese Annahme spricht auch die schon im ersten Abschnitt angegebene Tatsache, daß die Absorption dieser phosphoreszierenden Substanzen ihrer Größenordnung nach auf die Mitwirkung des wirksamen Metalles hindeutet.

Wie dem aber auch sei, zugunsten der chemischen Theorie der Phosphoreszenz spricht außer den oben gefundenen Beziehungen bekanntlich vor allem auch noch die Art des Einflusses, welchen die Temperatur auf den Verlauf dieser Erscheinungen ausübt. Auch sie spielt nämlich bei der Absorption des erregenden Lichtes nur eine geringfügige Rolle, eine um so größere aber bei der Emission des Phosphoreszenzlichtes, insofern die Geschwindigkeit des Abklingens dieses Lichtes ganz erheblich mit ihr ansteigt. Die Erklärung hierfür — vom Standpunkte der chemischen Theorie — ist bekanntlich die, daß es sich bei der Umwandlung des Körpers A in B um eine Wirkung des Lichtes handelt, bei der es also auf die

[1]) Siehe z. B. P. Lenard, Ann. d. Phys. **31**, 642, 1910.

Temperatur nicht so sehr ankommt, daß dagegen die Umwandlung von B in A oder C einen gewöhnlichen chemischen Vorgang darstellt, dessen Ablaufsgeschwindigkeit also mit der Temperatur ganz erheblich wachsen muß; und dies ist ja auch bei der Emission des Phosphoreszenzlichtes tatsächlich der Fall.

Endlich aber deutet auf chemische Vorgänge in den Phosphoren natürlich auch noch der Umstand, daß in diesen Stoffen der Schwefel eine so hervorragende Rolle spielt, und zwar um so mehr, als dieses Element bekanntlich ähnlich wie der Sauerstoff fast mit allen Metallen nicht bloß eine, sondern sogar mehrere direkte Verbindungen (Sulfüre, Sulfide, Polysulfide) bildet, die auch zum Teil wieder von selbst zerfallen.

Vom Standpunkte der Elektronentheorie Lenards dagegen dürfte sich für alle diese Tatsachen nur schwer eine einfache Erklärung geben lassen.

Zusammenfassung.

Im ersten Teil dieser Abhandlung wurde gezeigt, daß die Absorptionsspektra der *Bi*-Phosphore des *Ca*, *Sr* und *Ba* kräftige Absorptionsstreifen besitzen, und daß ferner auch nur diejenigen Wellen des Spektrums in ihnen ein stärkeres Phosphoreszenzlicht erzeugen, welche von ihnen kräftig absorbiert werden. Die Stärke dieser Absorption ist von der Größenordnung der fluoreszierenden Lösungen.

Im zweiten Teil der Abhandlung wurde — hauptsächlich aus Beobachtungen von Lenard — nachgewiesen, daß die Wellenlängen der die Erdalkaliphosphore erregenden, d. h. also von ihnen absorbierten Strahlen, wenig oder gar nicht von der Natur des wirksamen Metalles, sehr wesentlich dagegen von der des Erdalkalis abhängt. Im Anschluß daran wurde dann darauf hingewiesen, daß diese und mehrere andere Tatsachen mehr für die altbekannte chemische Theorie der Phosphoreszenz als für die Elektronentheorie Lenards zu sprechen scheinen.

Hamburg, Physikal. Staatslaboratorium, im Dezember 1911.

(Eingegangen 13. Dezember 1911.)

Über die experimentelle Untersuchung der Schwankungen der radioaktiven Umwandlung.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von

K. W. F. Kohlrausch u. E. v. Schweidler.

Die von E. v. Schweidler[1]) theoretisch vorausgesagten Schwankungen der radioaktiven Umwandlung wurden bisher auf zwei voneinander prinzipiell verschiedene Arten der Beobachtung experimentell nachgewiesen. Zur ersten Art gehören die Differential- bzw. Kompensationsmethoden[2]), bei denen der normale Ionisationseffekt eines aktiven Präparates auf irgendeine Art kompensiert und nur die Abweichungen vom mittleren Stromwert beobachtet werden; zur zweiten Art gehören die Methoden der Szintillation und Stoßionisation[3]), bei denen die Wirkung der einzelnen umgewandelten aktiven Atome beobachtet, demnach also z. B. die einzelnen ausgeschleuderten α-Partikel direkt gezählt und die Abweichungen in ihrer zeitlichen Aufeinanderfolge konstatiert werden können. Dagegen galt es bisher als aussichtslos, durch eine einfache Entlade- oder Auflademethode die Schwankungen zu konstatieren[4]), da bei größerer Zahl Z der pro Zeiteinheit umgewandelten Atome (α-Partikel) der Theorie entsprechend die relative Schwankung $\left[\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{Z}}\right]$, bei geringer Größe von Z der absolute Betrag der Schwankung klein ist gegen die relative bzw. absolute Genauigkeit des unmittelbaren Beobachtungsresultats.

Die von J. Elster und H. Geitel[5]) für ihr Einfadenelektrometer angegebenen Konstanten (Kapazität = 2 cm, Empfindlichkeit: 300 partes/Volt) lassen aber leicht berechnen, daß mit diesem Instrumente auch ohne Anwendung einer Kompensationsmethode die Schwankungen der radioaktiven Umwandlung als deutlich bemerkbare Unregelmäßigkeiten der Aufladegeschwindigkeit beobachtbar sein müssen. Nimmt man — eher zu ungünstig rechnend — die Kapazität von Elektrometer + Ioni-

1) E. v. Schweidler, Premier Congres internat. pour l'étude de la Radiol. et d'Ionisation 1905.

2) Kohlrausch, Wiener Ber. **115**, Abt. IIa, 673, 1906; Meyer u. Regener, Ann. d. Phys. **26**, 757, 1908; H. Geiger, Phil. Mag. **15**, 539, 1908.

3) Regener, Verh. d. d. phys. Ges. **10**, 78, 1908; Rutherford u. Geiger, Nature **77**, 599, 1908.

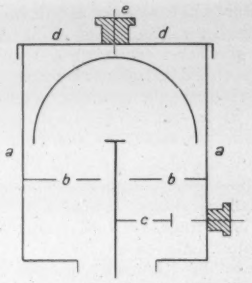
4) N. Campbell, Proc. of the Cambridge Phil. Soc. XV, 117, 1909.

5) J. Elster u. H. Geitel, diese Zeitschr. **10**, 664, 1909.

sationsgefäß zu 10 cm und die Empfindlichkeit nur zu 100 partes/Volt an, so entspricht einem Ausschlage von 1 pars eine Ladung von $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ st. E. Wählt man z. B. ein α-strahlendes Präparat, das innerhalb der Beobachtungszeit t durchschnittlich 100 α-Partikel aussendet, so bewirkt es im Apparate innerhalb dieser Zeit einen Ausschlag von 22 Teilstrichen. Hierbei ist angenommen: Elementarquantum $e = 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ st. E., k = Anzahl der Ionenpaare, die 1 α-Partikel erzeugt, rund $= 1{,}5 \cdot 10^5$. Nach der Theorie der Schwankungen wird nun bei $Z = 100$ die relative Schwankung $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{Z}} = 0{,}1$ = 10 Proz. sein; es wird also der innerhalb der Zeit t auftretende Ausschlag vom mittleren Werte 22 partes eine mittlere Abweichung von 10 Proz. aufweisen, somit leicht beobachtbar sein.

Von diesen Erwägungen ausgehend haben wir es versucht, die Zahl der von sehr schwachen Uran- oder Polonium-Präparaten ausgehenden α-Strahlen aus den beobachteten Schwankungen zu berechnen und daraus weiter die Zahl der von einem α-Partikel erzeugten Ionenpaare zu bestimmen. Fehlerquellen, deren Natur wir derzeit noch nicht angeben können, haben nun bewirkt, daß die experimentellen Resultate von den theoretisch erwarteten einigermaßen abweichen, so daß die berechnete Zahl der pro Zeiteinheit emittierten α-Partikel und die daraus abgeleiteten Größen uns nicht hinreichend verläßlich erscheinen. Doch hat sich in Übereinstimmung mit den obigen Überlegungen gezeigt, daß mit dieser Versuchsanordnung tatsächlich in einfacher Weise die Schwankungen qualitativ nachgewiesen werden können, z. B. für Demonstrationszwecke.

Vom Elster-Geitel-Elektrometer wurde der obere Aufsatz entfernt und statt seiner ein anderer aufgesetzt, dessen Einrichtung in der Figur skizziert ist. a ist ein zylindrisches Messinggefäß, dessen unterer Hals direkt am Elektrometer aufsitzt; b ist ein innseitig befestigter Messingring, durch dessen Öffnung die Elektrode frei hindurchgeht; an einem seitlichen Ansatz c wird die Elektrode geerdet oder zwecks Empfindlichkeitsbestimmung auf ein bestimmtes Potential gebracht. Das Gefäß a ist durch den Deckel d verschließbar, durch dessen Hals, mittels Ebonit isoliert, der Stift e hindurchgeht, der an seinem Ende die halbkugelförmige Gegenelektrode trägt; diese kann durch ein Gewinde im Ebonitpfropfen und an e so verstellt werden, daß das Ende der Stabelektrode gerade in den Mittelpunkt der Kugel-



elektrode zu liegen kommt. a, b und d sind geerdet, und e liegt an einer konstanten Akkumulatorenbatterie, deren Potential so bemessen ist, daß sicher Sättigungsstrom im Ionisationsgefäß herrscht. Auf die Stabelektrode kommt das ionisierende Präparat, und nach Aufhebung der Erdung bei c kann der Strom durch Messung der Geschwindigkeit der Fadenwanderung bestimmt werden. Vor und nach jeder Versuchsreihe (bestehend aus je 10 Einzelmessungen) wurde die Empfindlichkeit bestimmt; gewöhnlich wurde bei einer Empfindlichkeit von 80 pars/Volt gearbeitet, da sich durch eine systematische Kapazitätsmessung ergeben hatte, daß höhere Voltempfindlichkeiten des Instrumentes durch die gleichzeitige Erhöhung der Kapazität überkompensiert wurden, und das Maximum der Stromempfindlichkeit schon bei 80 pars/Volt erreicht ist. Die Kapazität bei dieser Einstellung betrug 6,5 cm. Die „natürliche Zerstreuung" (d. i. Strom ohne Präparat) betrug im Mittel 0,8 Volt/Minuten, also ca. 1 Proz. des eigentlich zu messenden Stromes. Bei letzterem wurde die Zeit gemessen, die zum Durchwandern von 40 Teilstrichen nötig war; je 10 solcher Zeitwerte wurden zu einer Serie zusammengestellt, aus der nach bekannten Formeln der mittlere Fehler der Einzelmessung $\left(\delta = \sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}\right)$ berechnet wurde.

Eine einfache Überlegung ergibt, daß die Zahl sämtlicher in der mittleren Beobachtungszeit t umgewandelten Atome Z gegeben ist durch $Z = \frac{t^2}{\delta^2}$ und die Zahl der α-Partikel pro Zeiteinheit durch $\vartheta = \frac{t}{\delta^2}$. Im folgenden sind drei solcher Serien als Beispiel angegeben, die willkürlich aus einer Beobachtungsreihe von 100 Serien herausgegriffen wurden. Die aus der ganzen Beobachtungsreihe erhaltenen Werte für Z liegen zwischen 2,6 und 47,0 α-Partikel

pro Sekunde, als Mittelwert erhält man 10,6; die unten angeführten drei Serien liefern demnach Beispiele für ein normales, über- und unternormales Resultat.

Serien-Nummer 14			15			33		
t	$10\,\Delta$	$100\,\Delta^2$	t	$10\,\Delta$	$100\,\Delta^2$	t	$10\,\Delta$	$100\,\Delta$
28,2	7	49	27,4	4	16	28,1	1	1
24,5	30	900	26,0	18	324	26,3	17	289
27,6	1	1	28,7	9	81	29,6	16	256
26,3	12	144	29,6	18	324	27,9	1	1
31,9	44	1936	28,4	6	36	29,4	14	196
23,8	27	729	27,7	1	1	28,8	8	64
29,9	24	576	28,9	11	121	29,7	17	289
29,2	17	289	27,2	6	36	27,9	1	1
27,0	5	25	26,9	9	81	27,0	10	100
26,2	13	169	26,7	1	1	24,9	31	961
$\bar{t} = 27.5$		$\Sigma\,\Delta^2 = 48{,}18$	27,8		10,21	28,0		21,58
		$\delta^2 = \frac{\Sigma\,\Delta^2}{n-1} = 5.35$			1,14			2,60
					$\delta = 24.3$			$\delta = 10{,}8$
		$\delta = \frac{\bar{t}}{\delta^2} = 5{,}12$						

Daß Werte für δ, die nur aus 10 Einzelmessungen berechnet sind, vom wahren Mittelwert für δ und untereinander abweichen, ist theoretisch vorauszusetzen, doch ist die Größe der Abweichungen viel bedeutender als die theoretisch zulässige. Wie aus den Überlegungen Campbells (l. c. S. 119) folgt, läßt sich nämlich ganz analog, wie die Größe der Schwankung selbst, auch die Abweichung der Mittelwerte aus einer endlichen Zahl von Versuchen von dem idealen Mittelwert aus unendlich vielen berechnen, und zwar ist der mittlere relative Fehler eines Mittelwertes aus n Versuchen gegeben durch $\frac{1}{\sqrt{n}}$. In unserem Falle müßten daher die den einzelnen Serien ($n = 10$) entsprechenden Z-Werte einen mittleren Fehler von $\frac{1}{\sqrt{10}} = 31{,}6$ Proz. aufweisen; tatsächlich beträgt aber dieser mittlere Fehler der 100 δ-Werte unserer Versuchsreihe ca. 50 Proz. Die Ursache dieser Nichtübereinstimmung ist derzeit noch nicht aufgeklärt. Beobachtungsfehler allerart — selbst wenn sie im Gegensatz zu dem Resultate einer plausiblen Schätzung nicht gegen die ja sehr bedeutenden Schwankungen der Strahlung vernachlässigt werden dürften — könnten nur den Effekt haben, die beobachtete Schwankung zu vergrößern, demnach für δ zu kleine Werte zu liefern; dagegen erklären sie nicht die Tatsache, daß die δ-Werte der verschiedenen Serien untereinander so stark differieren. Demzufolge scheinen uns die Resultate nur die Größenordnung des Wertes δ anzugeben, keinesfalls aber einen Wert, der sicher genug wäre, um als Grundlage für weitere abgeleitete Größen dienen zu können. Es kann daher auch in der nachfolgenden Berechnung von k nur ein der Größenordnung nach richtiges Resultat erwartet werden. — Versteht man unter dV die Potentialänderung während der Zeit t_{100} (Mittel über sämtliche 100 Werte von t), unter c die Kapazität und unter k, e, δ und i die bereits definierten Größen, so gilt bekanntlich: $i = \frac{c\,dV}{t \cdot 300} = ke\delta$. Es ergaben sich als Werte für $t_{100} = 29$ sec als Wanderungszeit über 40 Teilstriche; $\delta = 10{,}6$; $c = 6{,}5$ cm. Empfindlichkeit = 80 pars/Volt; nach Einsetzen der Zahlenwerte in obige Gleichung ergibt sich somit $k = 75000$. Es würde also ein α-Partikel eines Polonium-Präparates 75000 Ionenpaare in Luft normaler Dichte erzeugen (ein jedenfalls zu kleiner Wert).

Aus den eingangs gegebenen Daten über die Konstanten des benützten Instruments und die ionisierende Wirkung von α-Strahlen läßt sich auch ersehen, daß bereits ein α-Partikel einen eben merkbaren Effekt hervorbringt (1 α-Partikel = 0,2 partes bei relativ ungünstiger Einschätzung). Es erscheint somit möglich, durch äußerste Ausnützung der Ladungsempfindlichkeit des Elster-Geitel-Einfadenelektrometers wenigstens bei α-Strahlen großer Geschwindigkeit (z. B. von *RaC*) den Effekt eines einzelnen α-Partikels auf etwa 0,5 partes zu steigern. Werden daher hohe Feldintensitäten, die alle längs der Bahn des α-Partikels erzeugten Ionenpaare in sehr kurzer Zeit an die Elektroden schaffen, angewendet, so ist bei der geringen Trägheit des Fadens zu erwarten, daß jeder Emission eines α-Teilchens eine

ruckweise Änderung des Ausschlags im Betrage einiger Zehntel Skalenteile entsprechen wird. In diesem Falle würde also unter günstigen Umständen eine direkte Zählung der α-Partikel möglich sein mittels einer Methode, die der von Rutherford und Geiger (l. c.) angewendeten analog ist, aber des Hilfsmittels der sekundären Ionisierung durch Ionenstoß nicht bedarf und daher auch ohne weiteres in Luft normaler Dichte anwendbar wäre.

Es ist uns in der Tat gelungen, unter Anwendung von mit *RaC* bedeckten Platinblechstückchen als Ionisatoren eine unverkennbar ruckweise Bewegung des Fadens zu erzielen, die sowohl bei subjektiver Beobachtung mittels des Mikroskops als im projizierten Bilde beobachtbar und von der übergelagerten langsamen Wanderung infolge durchdringender Strahlung und natürlicher Leitfähigkeit wohl unterscheidbar war. Auch hier sind wir vorläufig nicht imstande, quantitative Resultate anzugeben, da Störungen mechanischer Art (nicht genügend erschütterungsfreie Aufstellung des Apparats) und elektrischer Natur (nicht genügende Konstanz der Spannungen) eine genaue und sichere Zählung der einzelnen Stöße erschwerten.

Die Versuche sollen fortgeführt werden, um bei beiden Arten der Beobachtung quantitative und untereinander vergleichbare Resultate zu erzielen.

Zusammenfassung der vorläufigen Resultate: Mittels des Elster-Geitelschen Einfaden-Elektrometers lassen sich:

1. die Schwankungen der radioaktiven Umwandlung ohne Kompensations- und Differentialmethode bei einfacher Aufladung konstatieren,
2. die ionisierende Wirkung der einzelnen α-Partikel durch ruckweise Bewegungen des Fadens erkennen.

Aus dem II. physikalischen Institut der Universität Wien.

(Eingegangen 16. Oktober 1911.)

Über einige zwischen den radioaktiven Elementen bestehende Beziehungen[1]).

Von Richard Swinne.

1. Beim Vergleich der radioaktiven Elemente mit den gewöhnlichen, innerhalb der heutigen Erkenntnismöglichkeiten als stabil anzusehenden, tritt bei ersteren als besonderes Charakteristikum im Sinne der Rutherford-Soddyschen Zerfallstheorie die Umwandlungs- oder Zerfallskonstante λ auf. Weiter scheint ein jedes zerfallende Atom durch die Anfangsgeschwindigkeit der ausgeschleuderten α- bzw. β-Teilchen gekennzeichnet zu sein. Nachdem Bragg und Kleeman[1]) diesen Satz in bezug auf die α-Strahler ausgesprochen hatten, sind in den letzten Jahren namentlich Hahn und Meitner[2]) für seine Ausdehnung auf die β-Strahler eingetreten. Es entsteht nun die Frage, ob zwischen den radioaktiven Atomkonstanten, wie Zerfallskonstante und Anfangsgeschwindigkeit bereits bei dem heutigen Stande der Forschung irgendwelche Beziehungen nachweisbar sind.

Rutherford[3]) hat als erster auf die Symbasie von λ und der Reichweite der α-Strahlen in Luft r hingewiesen, welche Regel durch mehrere Ausnahmen verletzt erschien. Geiger und Nuttall[4]) haben jüngst zwischen λ und r eine quantitative Beziehung aufstellen können unter Zugrundelegung von neuem Tatsachenmaterial; ihre Beziehung kann durch die Gleichung

$$\log \lambda = a + b_0 lg r$$

wiedergegeben werden, wo a eine innerhalb einer radioaktiven Familie, b_0 eine allgemein konstante Größe bedeutet. Da die Anfangsgeschwindigkeit eines beim Zerfall des gegebenen Radioelements ausgeschleuderten α-Teilchen v_α proportional ist (nach Geiger[5]) der Kubikwurzel seiner Reichweite r, so lautet die Geiger-Nuttallsche Beziehung auch (worauf die Autoren bereits hinweisen),

$$\log \lambda = a + b_0' \log v_\alpha.$$

Ich habe bereits vor einem Jahre eine anders lautende (noch nicht veröffentlichte) Gleichung gefunden, die auch die neuen Versuchsdaten mindestens ebensogut darstellt, wie die Formel von Geiger und Nuttall, nämlich

$$\log \lambda = a + b v_\alpha^n,$$

wobei b auch eine allgemeine Konstante zu sein scheint; n kann am besten gleich 1 gesetzt werden; bei $n = 2$ wird weniger gute Übereinstimmung gefunden, als bei $n = 1$, aber immerhin eine bessere, als bei $\log v_\alpha$. Da aber r und v_α für die Glieder einer Radiofamilie, für welche auch λ bekannt ist, nur innerhalb enger

1) Eine vorläufige Mitteilung über diese Arbeit ist auf der am 27. Oktober 1911 stattgefundenen Sitzung der „Chemischen Gesellschaft am Rigaschen Polytechnischen Institut" erfolgt.

1) W. H. Bragg, Phil. Mag. **8**, 719, 1904; W. H. Bragg u. R. Kleeman, Phil. Mag. **8**, 726, 1904.

2) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **9**, 321, 1908, und später.

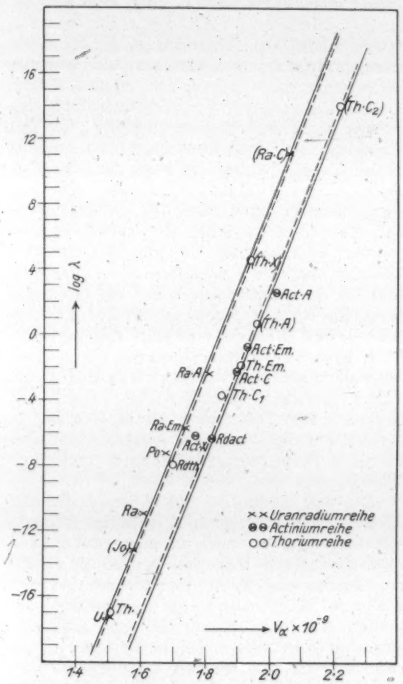
3) E. Rutherford, Phil. Mag. (6) **13**, 110, 1907.

4) H. Geiger u. J. M. Nuttall, Phil. Mag. (6) **22**, 617, 1911.

5) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. London A **83**, 505, 1910.

Grenzen variieren, so läßt sich heute wohl noch nicht ganz sicher für eine dieser Formeln entscheiden.

Während sich nun Uran sehr gut in meine Gleichung einreihen läßt (vgl. Figur), nahmen Geiger und Nuttall seiner größeren Abweichung wegen für dasselbe Komplexität an. Für Ionium ergibt sich aus der Figur die Halbwertperiode zu etwa $3{,}3 \times 10^5$ Jahren, während



Soddy[1]) die Periode als zwischen 5×10^4 und und 1×10^6 Jahren liegend angibt. Radium *C* liegt ganz wie bei Geiger und Nuttall außerhalb der Geraden; seine Komplexität scheint wohl sicher zu sein[2]). Bei den Gliedern der Aktiniumfamilie ist das Bild im allgemeinen dasselbe, wie bei der Radiumfamilie; es können jedoch Zweifel über den Verlauf der Bildkurve der v_α-Funktion für diese Familie entstehen. Zieht man nämlich die Gerade von Aktinium *A* beginnend an dem von Geiger[1]) für Aktinium *X* gegebenen v_α-Wert vorüber (siehe Figur), so läuft sie über Uran hinweg, als ob Uran mit gleicher Zerfallskonstante und gleicher Anfangsgeschwindigkeit der α-Teilchen sowohl das nächste Element der Radiumreihe, als auch das der Aktiniumreihe bildet; weiter unten werden jedoch Gründe für einen der Uranradiumgeraden parallelen Verlauf der Aktiniumgeraden gebracht werden.

Da genügend viele neue Bestimmungen von der Reichweite der α-Strahlen der Thoriumfamilie noch nicht vorhanden sind, verzichteten Geiger und Nuttall fürs erste auf eine Prüfung ihrer Gleichung an den Gliedern dieser Familie. Betrachtet man die Lage der hierher gehörenden Elemente in der Figur, so muß man entweder für Thor oder Radiothor Fehler oder Komplexität anzunehmen bereit sein und sich die Thoriumgerade die der Uranradium- und Aktiniumreihen schneidend denken; oder man rechnet damit, daß die Thoriumfamilie ähnlich wie die beiden Uranreihen eigentlich zwei Reihen vorstellt, da doch für Thor und Radiothor neue genauere Bestimmungen vorliegen. Es sei auch erwähnt, daß im Anschluß an Messungen von Bronson[2]), Geiger und Marsden[3]) das Auftreten einer schnell erfolgenden vierfachen Ausschleuderung von α-Teilchen beim Zerfall der Thoremanation feststellen und Moseley und Fajans[4]) von den zu erwartenden vier neuen α-Strahlern (falls keine gleichzeitige Aussendung von zwei α-Teilchen stattfindet) einen isolieren konnten; übrigens ziehen Rutherford und Geiger[5]) die Möglichkeit des Zerfalls der Thoremanation unter Abzweigung in Betracht.

Die Beziehung

$$\log \lambda = a + b' v_\alpha^2$$

läßt sich auch schreiben

$$\log \lambda = a + b'' \varepsilon$$

bzw.

$$\lambda = a' \cdot e^{b''' \varepsilon},$$

wobei a, a', b', b'', b''' die entsprechenden Konstanten und ε die beim Zerfall eines Grammatoms freiwerdende Energie bedeuten. Diese Größe ist gleich der Summe der kinetischen Energie der α-Teilchen ε_α und der Rückstoßatome ε_A, die beim Zerfall eines Grammatoms auseinander geschleudert werden; nun

1) F. Soddy, Le Radium **7**, 295, 1910.
2) Vgl. O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **10**, 697, 1909; K. Fajans, diese Zeitschr. **12**, 369, 1911.

1) H. Geiger, Phil. Mag. (6) **22**, 202, 1911 gibt einen neuen Wert für r von Aktinium *X* an.
2) H. L. Bronson, Phil. Mag. (6), **16**, 291, 1908.
3) H. Geiger u. E. Marsden, diese Zeitschr. 11, 7, 1910.
4) H. G. J. Moseley u. K. Fajans, Phil. Mag. (6) **22**, 629, 1911.
5) E. Rutherford u. H. Geiger, Phil. Mag. (6) **22**, 628, 1911.

beträgt ε_1 bei den uns interessierenden Atomen praktisch 2 Proz. von ε_α, so daß, da der durch das Relativitätsprinzip geforderte Faktor praktisch gleich 1,00 ist, ε praktisch proportional v_α^2 gesetzt werden kann.

Da λ den in der Zeiteinheit zerfallenden Bruchteil oder das Verhältnis der Zahl der in der Zeiteinheit zerfallenden Atome zu der Gesamtzahl der vorhandenen Atome bedeutet, also „die mathematische Wahrscheinlichkeit des Zerfalls", so kann man auch sagen, daß der Logarithmus der mathematischen Wahrscheinlichkeit des Zerfalls eines α-Strahlers eine lineare Funktion der Anfangsgeschwindigkeit des beim Zerfall ausgeschleuderten α-Teilchens (oder seiner Zerfallsenergie) ist.

Die Gleichungen

$$\lambda = a' e^{b'''' v_\alpha}$$

bzw.

$$\lambda = a' e^{b'''' \varepsilon}$$

scheinen mir nur als Näherungsformeln für größere Werte der Potenzexponenten zu betrachten zu sein; sie geben nämlich für v_α bzw. ε gleich o $\lambda = a'$, während wohl eher $\lambda = 0$ zu erwarten wäre. Man hätte diese Formeln etwa durch

$$\lambda = a' (e^{b'''' v_\alpha} - 1)^{\frac{1}{n}}$$

oder

$$\lambda = a' \varepsilon e^{b'''' v_\alpha}$$

zu ersetzen, welche ja für größere Werte von $(b'''' v_\alpha)$ in die ursprüngliche übergehen. Das Relativitätsprinzip scheint der ε-Formel einen Vorzug vor der v_α-Formel zu geben; als Grenzwert von v_α erscheint im Sinne dieses Prinzips die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und dementsprechend für ε der Wert $+\infty$. Man hätte für so ein chemisches Element die Unmöglichkeit des Bestehens, das heißt $\lambda = \infty$, zu erwarten; diesen Wert gibt wohl die ε-Formel, nicht aber die v_α-Formel, welche vielmehr einen endlichen konstanten Wert ergibt. Da jedoch das vorliegende Material besser durch die v_α-Formel wiedergegeben wird, so ist sie allein bei den weiteren Ausführungen berücksichtigt.

2. Je mehr Einzelheiten die radioaktive Forschung zutage förderte, desto mehr rundete sich auch das Bild der zwischen den einzelnen Familien bestehenden Beziehungen: es konnten Übereinstimmungen im radioaktiven und chemischen Verhalten der einzelnen Glieder der radioaktiven Stammbäume festgestellt werden. Im allgemeinen läßt sich bereits aus der Uranradiumreihe auf die Aktinium- und Thoriumreihen schließen, wenn man namentlich den schnelleren Ablauf des Zerfalls in diesen Familien berücksichtigt. Auf die Übereinstimmung der Uranradiumfamilie von Uran bis zur Radiumemanation mit der Thorreihe von Thor bis zur Thoremanation wiesen vor einiger Zeit Hahn und Meitner[1]) hin; auch sei die Tabelle mit Hervorkehrung gewisser Analogien in allen Familien in Mme Curies Werk[2]) erwähnt. Jüngst brachten Rutherford und Geiger[3]) eine vergleichende Studie über die Emanationen und deren Zerfallsprodukte, wobei namentlich die zwischen den ersten Gliedern scharf hervortretenden Übereinstimmungen betont wurden. Ich habe nun gefunden, daß hier zum Teil sogar eine quantitative Beziehung vorhanden ist, die bei diesen schnell zerfallenden Elementen die einander korrespondierenden Glieder der einzelnen Reihen festzustellen gestattet, wo die Feststellung chemischer Eigentümlichkeiten schwierig oder fast unmöglich ist. Vergleicht man den Unterschied in den Anfangsgeschwindigkeiten der α-Strahlen zweier Elemente einer Radiofamilie mit dem entsprechenden Unterschied für die korrespondierenden Elemente einer der anderen Radiofamilien, oder — was im Sinne der oben behandelten Beziehung dasselbe ist — die Verhältnisse der entsprechenden Zerfallskonstanten, so weisen die unteren α-Strahler der verschiedenen Reihen innerhalb der Versuchsfehler gleiche Unterschiede für die v_α, bzw. angenähert gleiche Verhältnisse der λ auf. Tab. 1 illustriert diese Beziehung, indem die entsprechenden Differenzen der log λ bezw. v_α, bezogen auf die miteinander korrespondierenden Elemente Polonium, Aktinium C und Thor C_1, berechnet sind.

Das dem Radium seinen chemischen Eigenschaften nach entsprechende Aktinium X korrespondiert mit ihm auch in bezug auf λ, versagt aber, wenn man für v_α den durch die neue Bestimmung der Reichweite durch Geiger[4]) bedingten Wert einsetzt; wahrscheinlich ist r größer. Ich habe darum den aus λ sich ergebenden Wert benutzt, falls in der Figur die Gerade der Uranradiumreihe einen parallelen Verlauf zu der von der Aktiniumreihe nimmt, und finde dann auch in bezug auf v_α Korrespondenz zwischen Radium und Aktinium X. Weiter fällt auf das Fehlen innerhalb der Aktiniumfamilie des dem RaC entsprechenden äußerst kurzlebigen Elements mit entsprechend größter Reichweite der α-Strahlen; v_α ergibt sich zu ca. $2{,}28 \times 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{Sek.}}$. Moseley und

1) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. 11, 493, 1910.
2) Mme P. Curie, Traité de radioactivité, t. II, 465, (Paris 1910).
3) a. a. O., S. 626.
4) a. a. O.

Tabelle 1.

Radiumfamilie			Aktiniumfamilie			Thoriumfamilie		
Element	log λ	$v_\alpha \times 10^{-9}$ cm Sek.	Element	log λ	$v_\alpha \times 10^{-9}$ cm Sek.	Element	log λ	$v_\alpha \times 10^{-9}$ cm Sek.
Radium-Em. .	— 5,68	1,74	Aktinium-Em.	— 0,74	1,93	Thor Em. .	— 1,88	1,91
Polonium . .	— 7,25	1,68	Aktinium C .	— 2,28	1,90	Thor C_1 . . .	— 3,68	1,85
	1,57	0,06		1,54	0,03		1,80	0,06
Radium A . .	— 2,41	1,81	Aktinium A .	2,54	2,02	Thor A . . .	0,69	1,96
Polonium . .	— 7.25	1,68	Aktinium C .	— 2,28	1,90	Thor C_1 . .	— 3,68	1,85
	4,84	0,13		4,82	0,12		4.37	0,11
Radium . . .	— 10,96	1,61	Aktinium X .	— 6,12	1,83			
Polonium . .	— 7,25	1,68	Aktinium C .	— 2,28	1,90			
	— 3,71	— 0,07		— 3,84	— 0,07			
Radium C . .	(ber. 11,2)	2,06				Thor C_2 . .	(ber. 14,1)	2,22
Polonium . .	— 7,25	1,68				Thor C_1 . .	— 3,68	1,85
	(18,4)	0,38					(17,8)	0,37

Fajans[1]) sprechen sich auf Grund ihrer Versuche für die Abwesenheit eines dem Aktinium C folgenden α-Strahlers aus, wenn dessen Halbwertperiode über ungefähr 10^{-5} Sek. liegt; auch der negative Erfolg des Nachweises von sehr kurzlebigen Elementen bei Thorium C_2 und Radium C ist verständlich, da die angewandte Methode noch zu grob ist, um die durch Extrapolation aus der Beziehung zwischen λ und v_α gefundenen Werte für λ nachzuweisen zu gestatten. Übrigens müßte die überschüssige Aussendung von α-Strahlen des Analogons von RaC in der Aktiniumreihe sich bei den Messungen von Bronson, sowie von Geiger und Marsden bemerkbar gemacht haben; vielleicht ist ein Radioelement von solcher Zerfallsenergie bereits zu unbeständig, um überhaupt zu existieren. In der Thoriumfamilie fällt die augenscheinlich gleichzeitig bestehende Korrespondenz von Thorium C_1 mit Polonium, sowie von Thorium C_2 mit Radium C auf, welche Reihenfolge nicht der augenblicklich angenommenen entspricht; der für Thorium A angegebene Wert ist durch Extrapolation aus der log λ-v_α-Beziehung erhalten. Die sich aus dem Verlauf der log λ-Kurve (als Funktion von v_α) als möglich ergebende Zweiteilung der Thoriumfamilie findet durch den Vergleich der Werte für λ und v_α der ersten Glieder der Thoriumreihe mit den entsprechenden Werten der chemisch korrespondierenden Elemente der Uranradiumreihe eine weitere Stütze. Die Werte für λ und v_α der α-Strahler sind innerhalb einer Familie (periodische?) Funktionen der entsprechenden Atomgewichte; die bisher bekannten Glieder der drei Familien umfassen ungefähr je eine Periode des periodischen Systems. Beginnend mit kleinen Werten für λ und v_α nehmen diese mit abnehmendem Atomgewicht stärker und stärker zu, um nach Passierung der O-Gruppe der Elemente ihr Maximum in der Gegend der VII. oder VI. Gruppe zu erreichen, um dann sehr schnell abzufallen und zu für unser heutiges Erkennungsvermögen inaktiven Elementen zu führen. Dieser Anstieg der λ-Werte ist bei den ersten Gliedern der Thoriumfamilie mehreremal so stark, als bei den korrespondierenden Uranradiumelementen und müßte, falls er bei den mittleren Gliedern analog verläuft, zu sehr schnell zerfallenden Elementen führen, zu denen die zwei nach Bronson zu erwartenden von der Thoremanation noch nicht abgetrennten Elemente gehören könnten. Der erste Teil der Thoriumfamilie nimmt unter diesen Voraussetzungen (vgl. Figur) im log λ-v_α-Diagramm einen der Uranradiumreihe, der zweite mit der Thoremanation beginnende Teil einen der Aktiniumreihe (ungefähr?) parallelen Verlauf. Eine Bestimmung wenigstens der oberen Grenze von λ für Thorium X und der Reichweite von Thorium A wird über diese eventuelle Zweiteilung der Thoriumfamilie genügend Licht werfen.

3. Wendet man sich den β-strahlenden Radioelementen zu und prüft sie auf irgendeine Beziehung zwischen λ und v_β, der Anfangsgeschwindigkeit der entsprechenden β-Teilchen, so läßt sich eine gewisse Symbasie dieser die β-Strahler charakterisierenden Größen feststellen. Wohl sind namentlich in der allerletzten Zeit Bestimmungen der einzelnen v_β ausgeführt

1) a. a. O.

worden[1]), doch sind diese Geschwindigkeiten noch nicht im zureichenden Grade den einzelnen Elementen zugeordnet worden: es liegen meist Angaben über die magnetischen β-Strahlenspektren von Elementengruppen vor. Man ist darum auf die bloß allgemein charakterisierenden Absorptionskoeffizienten μ in Aluminium angewiesen; dieser Absorptionskoeffizient verhält sich antibat zur Anfangsgeschwindigkeit v_β. Vor kurzem[2]) wurde die Hypothese ausgesprochen, daß für die sogenannten „strahlenlosen Radioelemente" sehr weiche β-Strahlen anzunehmen sind, im Sinne der Symbasie zwischen λ und v_β ist dann bei diesen Elementen die größte Lebensdauer von allen β-Strahlern zu erwarten. In der Uranradiumreihe stimmt dies bei Radium D, dessen Halbwertperiode zu ungefähr 16,5 Jahren[3]) angegeben wird, und das β-Strahlen von 0,31 und 0,37 Lichtgeschwindigkeit aussendet[2]). Hier sei der Widerspruch mit den Angaben für μ durch Kovarik[4]) zu 130 und Geiger und Kovarik[5]) zu 120 erwähnt, da Lenard[6]) für Kathodenstrahlen von $^1/_3$ Lichtgeschwindigkeit μ gleich 7150 ansetzt. In der Thoriumreihe hat das strahlenlose Mesothor 1 eine Halbwertperiode von 5,5 Jahren, mehr als irgendein β-Strahler dieser Reihe; für Radio-Uran und Aktinium fehlen jegliche Bestimmungen. γ-Strahlen scheinen als Begleiterscheinung harter β-Strahlen aufzutreten und müßten dementsprechend mit kurzen Lebensdauern verknüpft sein. Eine solche Ausdehnung der Rutherfordschen Regel auf die γ-Strahler ist unlängst durch Russell und Soddy[7]) ausgesprochen worden, wenngleich sie keinerlei Beziehungen der γ-Strahlen zu den β-Strahlen anerkennen wollen. Nun sind die γ-Strahler Uran X und Mesothor 2 augenscheinlich komplex, da sie eine unhomogene β-Strahlung emittieren, so daß die angenommenen Zerfallskonstanten den die weicheren β-Strahlen aussendenden Elementen zugeschrieben werden können. Auch die Zerfallskonstante von Thorium X gehört wohl dem β-Strahler an, da der großen Reichweite der α-Strahlen von Thorium X nach obiger Beziehung eine entsprechend große Zerfallskonstante zu entsprechen hätte. Da für das α-strahlende Radium C sich nach obigem eine sehr große Zerfallskonstante ergibt, so ist wohl den weicheren β-Strahlen von Radium C die kleinere von den von Fajans angegebenen λ, für den harten $\beta+\gamma$-Strahler die größere zuzuschreiben. Unter diesen Voraussetzungen (vgl. Tab. 2) verlaufen λ und v_α symbat bzw. λ und μ antibat in der Thorium- und Aktiniumreihe, in der Uranradiumreihe fällt Radium E heraus — der Absorptionskoeffizient fällt zu klein aus. Es ist daher sehr erwünscht, daß die Frage der Lebensdauer der einzelnen β-Strahler möglichst genau entschieden werde, damit darüber Klarheit gewonnen werden kann, ob eine quantitative Beziehung zwischen λ und v_β vorhanden und von welcher Art sie ist. Eine vorläufige Prüfung an der noch die meisten geeigneten Daten bietenden Uranradiumreihe, scheint für eine Funktion von der Form

$$\log \lambda = c_1 + c_2 v^m$$

zu sprechen, wo c_1, c_2 und m Konstanten bedeuten, also ähnlich wie bei den α-Strahlern. Im allgemeinen bewegt sich v_β in bedeutend weiteren Grenzen als v_α, während das Umgekehrte für die entsprechenden λ gültig zu sein scheint: die Zerfallskonstanten erreichen hier namentlich nicht so hohe Werte, wie bei den α-Strahlern. Über die untere Grenze kann schwierig geurteilt werden, weil diese ja von der Genauigkeit unserer Messungen abhängt, da kleinen Werten von λ auch kleine von v_β zu entsprechen hätten und bereits die sehr weichen β-Strahlen von Radium D schwer zu beobachten sind. Betrachtet man die Analogien zwischen den korrespondierenden β-Strahlern der einzelnen Familien, so lassen sich quantitative Beziehungen nicht erkennen, wenigstens beim heutigen Stande der Forschung. Das dem Uran X und dem Mesothor 2 entsprechende Glied (komplexe) der Aktiniumreihe scheint zu fehlen, wie das bereits auch die vergleichende Tabelle von Mme Curie[1]) ergibt; hängt diese Erscheinung mit dem für dieses Element zu erwartenden hohen Wert für v_β zusammen, indem hier ein Analogon zum fehlenden, dem Thor C_2 entsprechen müssenden Elemente vorliegt? Vor kurzem sind im aktiven Niederschlag von Thorium weitere auch weiche β-Strahlen nachgewiesen[2]); vielleicht schließen sich diese β-Strahler dem Thor B an und bilden so die korrespondierenden Glieder zu Radium C_1, D bzw. E. — Eine Aufgabe der nächsten Zukunft ist, einerseits die Beziehung

1) O. v. Baeyer u. O. Hahn, diese Zeitschr. **11**, 488, 1910; O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 273, 1911; J. Danysz, C. R. **153**, 339, 1911.
2) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 378, 1911.
3) G. N. Antonow, Phil. Mag. (6) **19**, 825, 1910.
4) A. F. Kovarik, Phil. Mag. (6) **20**, 849, 1910.
5) H. Geiger u. A. F. Kovarik, Phil. Mag. (6) **22**, 604, 1911.
6) Nach Mme P. Curie, Traité de radioactivité, t. II, 71 (Paris 1910).
7) A. S. Russell u. F. Soddy, Phil. Mag. (6) **21**, 130, 1911.

1) Mme P. Curie, Traité de radioactivité, t. II, 465, (Paris 1910).
2) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 273, 1911.

Tabelle 2.

Uranradiumreihe					Aktiniumreihe					Thoriumreihe				
Element	Strahlung	λ sec.$^{-1}$	v cm·sec.$^{-1}$	μ (in Al) cm^{-1}	Element	Strahlung	λ sec.$^{-1}$	v cm·sec.$^{-1}$	μ (in Al) cm^{-1}	Element	Strahlung	λ sec.$^{-1}$	v cm·sec.$^{-1}$	μ (in Al) cm^{-1}
Uran	2α	$4{,}6\times10^{-18}$	$1{,}51\times10^{9}$	—										
										Thorium . .	α	$1{,}0\times10^{-17}$	$1{,}51\times10^{9}$	—
Radiouran . .					Aktinium .					Mesothor 1	(β?)	$4{,}0\times10^{-9}$		
Uran X 1	β	$3{,}26\times10^{-7}$		510						Mesothor 2	β	$\{3{,}1\times10^{-5}$		
Uran X 2	$\beta\gamma$	?	$27{,}6\times10^{9}$	14.4						Mesothor 3	$\beta\gamma$	?		40—20
Ionium . . .	α	(ber. 6×10^{-14})	$1{,}58\times10^{9}$	—	Radio-aktinium 1	$\alpha\beta$	$4{,}1\times10^{-7}$	$1{,}82\times10^{9}$	—	Radiothor .	α	$1{,}09\times10^{-8}$	$1{,}70\times10^{9}$	—
					Radio-aktinium 2		?		175					
Radium 1	$\beta\alpha$	$1{,}1\times10^{-11}$		312						Thorium X 1	β	$2{,}2\times10^{-6}$	?	leicht absorb.
Radium 2			$1{,}61\times10^{9}$	—	Aktinium X	α	$7{,}6\times10^{-7}$	beob. $1{,}77\times10^{9}$ (ber. $1{,}83\times10^{9}$)	—	Thorium X 2	α	(ber. $4{,}0\times10^{6}$)	$1{,}94\times10^{9}$	—
Radiumemanation . . .	α	$2{,}085\times10^{-6}$	$1{,}74\times10^{9}$	—	Aktinium-emanation	α	$1{,}8\times10^{-1}$	$1{,}93\times10^{9}$	—	Thoremanation . . .	α	$1{,}31\times10^{-2}$	$1{,}91\times10^{9}$	—
Radium A . .	α	$3{,}85\times10^{-3}$	$1{,}81\times10^{9}$	—	Aktinium A	α	3.5×10^{2}	$2{,}02\times10^{9}$	—	Thorium A .	α	4.95	(ber. $1{,}96\times10^{9}$)	—
Radium B . .	β	$4{,}33\times10^{-4}$		75	Aktinium B	β	$3{,}2\times10^{-4}$		(125)	Thorium B .	β (komplex ?)	$1{,}8\times10^{-5}$	19×10^{9}	130
Radium C 1	β	$5{,}93\times10^{-4}$		50						[Thorium C_2?				
Radium C 2	α	(ber. $1{,}6\times10^{11}$)	$2{,}06\times10^{9}$	—										
3	$\beta\gamma$	$8{,}4\times10^{-2}$	29×10^{9}	13.5										
Radium D 1	β	$1{,}3\times10^{-9}$	$9{,}3\times10^{9}$											
Radium D 2	β		11×10^{9}											
Radium E 1(2)														
	β	$1{,}76\times10^{-6}$	$23{,}1\times10^{9}$	43.3										
Polonium . .	α	$5{,}60\times10^{-8}$	$1{,}68\times10^{9}$	—	Aktinium C	α	$5{,}4\times10^{-3}$	$1{,}90\times10^{9}$	—	Thorium C 1	α	$2{,}1\times10^{-4}$	$1{,}85\times10^{9}$	—
										Thorium C 2	α	(ber. $1{,}3\times10^{14}$)	$2{,}22\times10^{9}$	—
					Aktinium D	$\beta\gamma$	$2{,}26\times10^{-3}$		28.5	Thorium D .	$\beta\gamma$	3.7×10^{-3}	$2{,}28\times10^{9}$	16,3

zwischen λ und v_α bzw. v_β im allgemeinen, andererseits das Auftreten ganz bestimmter Werte dieser Größen im speziellen, theoretisch zu begründen. Im Sinne der Korpuskulartheorie von J. J. Thomson[1]) sprechen die oben behandelten Beziehungen für einen sehr übereinstimmenden Aufbau der einander entsprechenden Atome der einzelnen Radiofamilien, als auch der Glieder einer jeden Familie.

4. Das normale chemische Element erscheint im allgemeinen allein durch sein Atomgewicht genügend charakterisiert, dank den durch das periodische System der Elemente angenähert ausgedrückten Beziehungen zwischen den Eigenschaften der Elemente und ihrer Verbindungen und der Größe des Atomgewichts. Die Zusammenfassung der allermeisten radioaktiven Elemente zu Stammbäumen der Uranradium-, Aktinium- und Thoriumfamilien hat ihr Analogon in der Einteilung des periodischen Systems in Horizontalen; nur haben wir es augenblicklich hier mit mehreren Unterabteilungen solcher Horizontalen zu tun. Eine weitere Eigentümlichkeit des periodischen Systems ist die durch die Vertikalen ausgedrückte Bildung von natürlichen Gruppen chemisch ähnlicher Elemente. Eine systematische Feststellung der chemischen Eigenschaften der oberen Glieder der Thorium- und Aktiniumreihen (mittels Isomorphismus) ist von Strömholm und Svedberg ausgeführt; sonst liegen Angaben über einzelne Elemente vor. Aus dem vorhandenen Material scheint sich die Regel zu ergeben, daß die einander folgenden Radioelemente innerhalb einer Reihe verschiedenen natürlichen Gruppen, also verschiedenen Vertikalen des periodischen Systems, angehören. (Ausnahmen könnten auf noch abgetrennte, schneller zerfallende Elemente zurückgeführt werden; Beispiel: die γ-Strahler von Uran X und Mesothor 2.) So ist Aktinium isomorph mit Lanthan[2, 3]), Radioaktinium mit Thor[2]), Aktinium X mit Radium[2]); Ionium folgt allen Reaktionen von Uran[3]), ist isomorph mit Uran X^1). Radiothor ist isomorph mit Thorium[2]) und bildet mit diesem und Ionium ein „chemisch untrennbares Trio“[5]); Mesothor (2?) dgl. mit Thorium X und Radium[2, 5, 6]), Radium D ist mit Radium E nicht isomorph, wohl aber mit Radium[1]); endlich seien die Edelgase, die Emanationen, erwähnt.

Tab. 2 gibt einen Überblick der auf Grund der Ergebnisse dieser Arbeit getroffenen Anordnung der Radioelemente (ausgenommen Kalium und Rubidium), welche Anordnung wesentlich nur in ihrem unteren Teil von der von Mme Curie[2]) gegebenen abweicht; die in gleicher Höhe befindlichen Elemente der einzelnen Familien korrespondieren miteinander. Für die α-Strahler der Uranradium- und Aktiniumreihen sind λ und v_α der Arbeit von Geiger und Nuttall entlehnt; für die Thoriumfamilie sind v_α für Thorium und Radiothor derselben Publikation entnommen, für die übrigen Glieder auf Grund der Geigerschen Beziehung aus den entsprechenden Reichweiten unter Benutzung der in Mme Curies Tabellen[3]) angegebenen Daten berechnet. Die Zerfallskonstanten sind der letzteren Quelle entnommen, mit Ausnahme der folgenden Werte: der für Thorium A ist der Arbeit von Moseley und Fajans entlehnt, der für Thorium ist aus der von Geiger und Rutherford[4]) bestimmten Anzahl der vom Thorium ausgeschleuderten α-Teilchen berechnet. Die Quelle der auf die Zerfallskonstanten der β-Strahler bezüglichen Daten ist Mme Curies Werk[3]), ausgenommen Radium C_3[5]) und Radium D[6]); die Angaben für die Absorptionskoeffizienten μ der β-Strahlen (in Aluminium) sind der Arbeit von Geiger und Kovarik entnommen, soweit sie mit früheren Bestimmungen genügend übereinstimmen; anderen Arbeiten entstammen die Werte für μ der Elemente Uran X[7]), Radium[8]), Mesothor 2[9]) und Thor X[10]); außerdem konnten noch die Werte für v_β für Uran X_2 und Radium E_2[7]), Radium D[11]), Thorium B und Thorium D[12]) angegeben werden, sowie für Radium C_3[13]). Die als berechnet angeführten Daten sind auf Grund der Beziehung

$$\log \lambda = a + b\, v_\alpha$$

gefunden.

1) Vgl. J. J. Thomson, Die Korpuskulartheorie der Materie. Sammlung „Die Wissenschaft“, Heft 25 (Braunschweig 1908).
2) D. Strömholm u. The Svedberg, Zeitschr. f. anorg. Chem. 61, 338; **63**, 197, 1909.
3) C. Auer v. Welsbach, Monatshefte f. Chem. **31**, 1159, 1910.
4) B. Keetman, Jahrb. d. Radioakt. **6**, 265, 1909.
5) F. Soddy, J. Chem. Soc. London, **99**, 72, 1911.
6) W. Marckwald, Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. **43**, 3420, 1910.
1) G. N. Antonow, a. a. O.
2) Mme P. Curie, l. c., t. II, p. 465.
3) Mme P. Curie, l. c., t. II, p. 536/41.
4) H. Geiger u. E. Rutherford, Phil. Mag. (6) **20**, 691, 1910.
5) K. Fajans, a. a. O.
6) s. oben Note 1.
7) H. W. Schmidt, diese Zeitschr. **10**, 6, 1909.
8) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **10**, 741, 1909.
9) O. Hahn, diese Zeitschr. **9**, 246, 1908.
10) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **11**, 493, 1910.
11) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 378, 1911.
12) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 273, 1911.
13) Der höchste Wert von S. Danysz, a. a. O.

Zusammenfassung.

1. Zwischen der Zerfallskonstante λ und der Anfangsgeschwindigkeit v_a der α-Teilchen der einer Radiofamilie angehörenden α-Strahler besteht die Beziehung

$$\log \lambda = a + b\, v_a^n;$$

hierbei sind a und b Konstanten, und für n wird am besten der Wert 1, weniger gut der Wert 2 eingesetzt.

2. Die Unterschiede zwischen den Werten für v_a der Elemente Radiumemanation, Radium A und Radium F sind gleich denen von Aktiniumemanation, Aktinium A und Aktinium C, bzw. von Thoremanation, Thorium A und Thorium C_1; dasselbe gilt auch für Radium bzw. Aktinium X, sowie Radium C bzw. Thorium C_2.

3. Zwischen der Zerfallskonstante der β-Strahler und der Anfangsgeschwindigkeit der entsprechenden β-Teilchen scheint innerhalb der einzelnen Radiofamilien Symbasie zu bestehen[1]).

1) Uran Y, das neue β-strahlende Zerfallsprodukt von Uran, welches von G. N. Antonow (Phil. Mag. [6] **22**. 419, 1911) festgestellt worden, entspricht, seinen Eigenschaften — $\lambda = 5{,}35 \times 10^{-6}$ sec^{-1} und $\mu = 300$ cm^{-1} — nach, der Antibasie zwischen λ und μ und ordnet sich gut ein.

(Eingegangen 5. Dezember 1911.)

Über die einfachsten hydrodynamischen Kraftfelderscheinungen.

Von V. Bjerknes.

Die analytische Ableitung der hydrodynamischen Kraftfelderscheinungen war früher eine Aufgabe großen Umfanges. Jetzt kann man sie in wenigen Zeilen geben, wie man es unten in Abschnitt 6, Formeln (14)—(20) bzw. Abschnitt 7, Formeln (22)—(29) sehen wird. Ehe ich diese Ableitungen gebe, werde ich aber zeigen, wie man zu der Aufgabe von der Untersuchung solcher Kraftfelderscheinungen durch eine verallgemeinerte Formulierung derjenigen Aufgabe geführt wird, welche Maxwell durch die Einführung seiner bekannten Spannungen zu lösen suchte.

Da es sich vor allem um eine genaue Charakterisierung der Art der Aufgabe handeln wird, und nicht um die allgemeinsten Lösungen derselben, werde ich von den elektrischen Erscheinungen nur die rein elektrostatischen in Betracht ziehen. In bezug auf die benutzten Bezeichnungen sowie auf allgemeinere Entwicklungen gestatte ich mir auf mein Buch „Die Kraftfelder"[1]) hinzuweisen.

1. Die Gleichungen des elektrostatischen Feldes. Für die Beschreibung des elektrischen Feldes kann man mit gleichem Recht zwei Vektorgrößen in Anwendung bringen, die elektrische Feldstärke $\boldsymbol{a}$ und die elektrische Induktion $\boldsymbol{A}$. Es soll kein „eingeprägtes" Feld vorkommen (d. h. die Vektoren, welche in dem zitierten Buch den Index e haben, sind alle Null, $\boldsymbol{A}_e = 0$, $\boldsymbol{a}_e = 0$, $\boldsymbol{f}_e = 0$). Neben den Vektoren braucht man zwei skaläre Größen, die Dielektrizitätskonstante α, welche im allgemeinen von Stelle zu Stelle im Felde veränderlich sein wird, und die nur lokal auftretende wahre elektrische Dichte E. Für diese Größen kann man drei Gleichungen aufschreiben; eine Verbindungsgleichung, welche Induktion durch Feldstärke, oder umgekehrt Feldstärke durch Induktion definiert; eine Gleichung, welche die elektrische Dichte durch die Divergenz der Induktion ausdrückt; und eine Gleichung, welche aussagt, daß die Feldstärke eine wirbelfreie oder potentielle Vektorgröße ist. Bei dem Gebrauch der Heavisideschen rationellen Einheiten, welche im folgenden ausschließlich in Anwendung kommen, lassen sich diese Gleichungen in der folgenden Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{A} &= \alpha \boldsymbol{a} \\ \operatorname{div} \boldsymbol{A} &= E \\ \operatorname{curl} \boldsymbol{a} &= 0\,. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Wir denken uns die materielle Beschaffenheit des Systems bekannt, so daß die Dielektrizitätskonstante als eine gegebene Funktion der Koordinaten x, y, z auftritt. Das Feld, welches in einem solchen materiellen System durch eine gegebene Verteilung der elektrischen Dichte $E(x, y, z)$ aufkommt, wird dann durch die Gleichungen (1) eindeutig bestimmt sein.

Das somit durch die Gleichungen (1) bestimmte Feld kann aber nicht dauernd bestehen, ohne sich in bestimmter Weise dynamisch geltend zu machen. Um die dynamischen Eigenschaften des Feldes scharf zu definieren, denken wir uns zwei materielle Systeme I und II gegeben. Das System I soll ein materielles Kontinuum sein, welches Träger des elektrischen Feldes ist. Die Volumelemente dieses Kontinuums sollen frei beweglich sein. Wäre dann dieses System I sich selbst überlassen, so würde es in Bewegung kommen, und während der Bewegung würde das Gleichungssystem (1) nicht mehr streng gültig sein. Um die Bewegung zu verhindern, koppeln wir das System I mit dem System II. Über die Beschaffenheit dieses zweiten Systems führen wir keine speziellen Voraussetzungen an. Es soll nur durch die Koppelungen solche Kräfte auf das System I ausüben, daß keine Bewegung aufkommt.

Die auf die Einheit des Volumens bezogene Kraft $\boldsymbol{f}'$, welche unter den somit definierten

1) V. Bjerknes, Die Kraftfelder (Die Wissenschaft, Heft 28, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1909).

Umständen das System II auf das System I ausüben muß, wird durch die Formel

$$f' = -a \operatorname{div} A + \frac{1}{2} a^2 \nabla \alpha \qquad (2')$$

gegeben sein. Nach dem Prinzip von der gleichen Wirkung und Gegenwirkung übt dann das System I gleichzeitig die Kraft

$$f = a \operatorname{div} A - \frac{1}{2} a^2 \nabla \alpha \qquad (2)$$

auf das System I aus.

Der Zusammenhang der durch Gleichungen (1) definierten geometrischen mit den durch Gleichungen (2′) und (2) definierten dynamischen Eigenschaften des Feldes ist innigster Art. Das Feld (1) kann nicht ohne die Hilfe der Kraft f' bestehen. Insofern nimmt die Kraft f' direkt an der Feldbildung teil. Andererseits kann aber auch nicht das Feld (1) bestehen, ohne die Kraft f auszuüben. Wie das Eingreifen der Kraft f' in die Feldbildung vor sich geht und wie das Feld die Kraft f erzeugt, ist das große Rätsel der Elektrizitätslehre.

2. Die Maxwellschen Spannungen. Durch seine Spannungstheorie hat Maxwell versucht, dieser Frage näherzutreten, ohne doch ein Resultat zu erreichen, welches ihn selbst befriedigte.

In einem materiellen Kontinuum kann unter den allgemeinsten Verhältnissen ein Spannungssystem mit neun Spannungskomponenten P_{xx}, $P_{xy}, P_{xz}, \ldots$ bestehen. Wir bestimmen die Vorzeichen so, daß die ziehende Spannung positiv und die drückende negativ gerechnet wird. Das Spannungssystem wird dann pro Volumeinheit des gespannten Mediums eine resultierende Kraft S mit den Komponenten

$$\left.\begin{aligned} S_x &= \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zx}}{\partial z} \\ S_y &= \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zy}}{\partial z} \\ S_z &= \frac{\partial P_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} \end{aligned}\right| \qquad (3)$$

ausüben.

Maxwell nimmt zunächst allgemein an, daß Spannungen $P_{xx}, \ldots$ in dem Medium I auftreten können, welches Träger des elektrischen Feldes ist. Dann nimmt er aber ferner speziell an, daß die Resultante S der Spannungen im System I der von dem System II ausgeübten Kraft f' das Gleichgewicht hält,

$$f' = -S. \qquad (4')$$

Oder, was dasselbe ist, er setzt die von dem System I ausgeübte Kraft gleich dieser Spannungsresultante

$$f = S. \qquad (4)$$

Nach dieser speziellen Maxwellschen Voraussetzung (4′) oder (4) wird die Aufgabe, solche Spannungskomponenten P_{xx}, $P_{yx}, \ldots$ zu finden, deren Resultante S der Gleichung (4) genügt, wenn f den Wert (2) hat. Eine Lösung dieser Aufgabe hat auch Maxwell gegeben insofern, als er gezeigt hat, daß das Spannungssystem

$$\left.\begin{aligned} P_{xx} &= -\frac{1}{2} a a^2 + a a_x^2 \quad P_{yz} = P_{zy} = a a_y a_z \\ P_{yy} &= -\frac{1}{2} a a^2 + a a_y^2 \quad P_{zx} = P_{xz} = a a_z a_x \\ P_{zz} &= -\frac{1}{2} a a^2 + a a_x^2 \quad P_{xy} = P_{yx} = a a_x a_y \end{aligned}\right| \qquad (5)$$

die Bedingung erfüllt.

Diese formelle Darstellung der Kraft f als einer Spannungsresultante löst aber noch nicht das Rätsel, wie es Maxwell selbst hervorhebt[1]). Ja wir können nicht einmal behaupten, daß die Spannungen (5) im elektrischen Felde objektiv vorhanden sind. Was wir objektiv behaupten können, beschränkt sich darauf, daß die von dem Felde ausgeübten Kräfte solche Werte haben, als ob sie von den Spannungen (5) herrührten. Denn zunächst ist das Problem von der Bestimmung dieser Spannungen unbestimmt. Es stehen neun Spannungskomponenten zur Verfügung, die nur drei skalare Gleichungen zu erfüllen haben. Vor allem ist aber das Problem durch den speziellen Maxwellschen Ansatz (4′) oder (4) zu eng gestellt, um jede mögliche Art der Wirkung eines gespannten Mediums mit in Betracht ziehen zu können. Um nur auf eine Lücke hinzuweisen: (4′) ist die Gleichung des elastischen Gleichgewichts; der Fall, daß das gespannte Medium in Bewegung sein könnte, ist also direkt ausgeschlossen. Maxwells Formulierung des Problems von den Spannungen nimmt also auf die Möglichkeit, daß die elektrischen Erscheinungen mit verborgenen Bewegungen verbunden sein, oder auf solchen beruhen könnten, keine Rücksicht.

3. Verallgemeinerungen des Maxwellschen Spannungsproblems. Wir werden jetzt das Maxwellsche Problem in direktester Weise derart verallgemeinern, daß das Medium I, welches Träger des elektrischen Feldes ist, als ein bewegtes Medium aufgefaßt werden kann. Wir haben dann die Gleichgewichtsgleichungen (4′) oder (4) durch die

1) „It must be carefully born in mind that we have made only one step in the theory of the action of the medium. . . . . I have not been able to make the next step, namely, to account by mechanical considerations for these stresses in the dielectric.“ Maxwell, Electricity and Magnetism I, p. 154 (Second edition, 1881).

entsprechenden Bewegungsgleichungen zu ersetzen. Medium I soll also unter der Einwirkung der Kraft f' nicht mehr in Gleichgewicht, sondern in Bewegung sein. Wenn ϱ die Dichte und v mit den rechtwinkligen Komponenten v_x, v_y, v_z die Geschwindigkeit des Mediums ist, wenn ferner $\frac{d}{dt}$ die „individuelle“ und $\frac{\partial}{\partial t}$ die „lokale“ Zeitabteilung bedeutet, so daß

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+v_x\frac{\partial}{\partial x}+v_y\frac{\partial}{\partial y}+v_z\frac{\partial}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial t}+v\nabla, \quad (6)$$

so erhalten wir anstatt der Gleichung (4′)

$$f'=\varrho\frac{dv}{dt}-S. \quad (7')$$

Diese Gleichung sagt also aus, daß sich das Medium I unter der Einwirkung der von dem System II ausgeübten Kraft f' bewegt. Während dieser Bewegung übt das System II die entgegengesetzt gleiche Kraft $f=-f'$ auf das System II aus, also

$$f=-\varrho\frac{dv}{dt}+S. \quad (7)$$

Der Übergang von der statischen Darstellung (4′) zu der dynamischen (7′) ist mit einer tiefgehenden Umgestaltung des Problems verbunden. Man kann nämlich die Aufgabe überhaupt nicht angreifen, ohne eine bestimmte Voraussetzung einzuführen, welche das elektrische Feld durch die Bewegung und die Bewegung durch das Feld definiert. Dann wird aber das Glied $\varrho\frac{dv}{dt}$ der Gleichung (7) die Feldbildung beschreiben. Das ursprüngliche Maxwellsche Problem von der Erklärung der Kraft wird also nach der Verallgemeinerung unauflöslich mit der Aufgabe von der Erklärung der Feldbildung verbunden. Man kann, wenn man will, die Gleichung (7′) die der Feldbildung und (7) die der Krafterzeugung nennen. Die Kraft f, welche das Feld nach der Gleichung (7) ausübt, ist entgegengesetzt gleich der Kraft f', welche nach Gleichung (7′) eingreifen muß, damit das Feld gebildet werde.

Nachdem sich das Problem in dieser Weise erweitert hat, darf man nicht auf einmal verlangen, daß ein vorgeschriebenes Feld gebildet und gleichzeitig eine vorgeschriebene Kraft ausgeübt werden soll. Denn das Problem könnte sich dann überbestimmt zeigen. Am besten verlangt man nur eine bestimmte Feldbildung, und untersucht, welche Kraft f' für diese Feldbildung erforderlich ist. Sofern man in der Bestimmung dieser Kraft eine gewisse Verfügungsfreiheit hat, sucht man sie auszunutzen, um der Kraft f' und somit auch der Kraft f besonders erwünschte Formen zu geben. Es muß sich aber in jedem einzelnen Fall zeigen, ob man das Ziel erreicht oder nicht.

Wenn es sich zeigen sollte, daß unter keinen Umständen ein solcher Zusammenhang zwischen Feld und Kraft wie im Falle der elektrischen Erscheinungen hervortritt, so wäre daran nichts Überraschendes. Denn das Problem ist immer noch, nach allen Anzeichen zu urteilen, zu eng gestellt. Es geht ja darauf hinaus, die elektrischen Erscheinungen so zu beschreiben, als ob sie Vorgänge in einem einheitlichen System, dem Äther, wären. Alles scheint aber darauf hinzudeuten, daß sie, jedenfalls überall, wo wir die von Feldern ausgeübten Kräfte messen, ihren Sitz in einem zusammengesetzten System haben, deren einer Bestandteil, der Äther, als ein Kontinuum, und deren anderer, die Materie, als ein diskontinuierlich oder atomistisch gebautes System aufzufassen ist. Eine zweite Verallgemeinerung des Problems wäre dann vorzunehmen: das System I, welches als Träger des elektrischen Feldes auftritt, wäre als ein zusammengesetztes System der genannten Art zu definieren. Dabei würden die Konstitution des atomistischen Systems und die Art der Koppelung desselben mit dem kontinuierlichen Medium als neue unbestimmte Elemente eintreten.

Es wird aber keinen Zweck haben, sich auf diese zweite Verallgemeinerung einzulassen, ehe noch die Probleme, welche das einheitliche Medium betreffen, mehr allseitig untersucht worden sind. Ich werde auch keine allgemeine Untersuchung dieser letzteren Probleme aufnehmen, sondern nur, zur Veranschaulichung der obigen allgemeinen Betrachtungen, zwei hierher gehörende Spezialprobleme einfachster Art herausgreifen. In diesen beiden Spezialproblemen soll das materielle Kontinuum I die einfachen dynamischen Eigenschaften einer idealen Flüssigkeit haben. Mit anderen Worten, beide Probleme behandeln hydrodynamische Kraftfelderscheinungen. Sie werden sich aber dadurch voneinander trennen, daß in der einen Aufgabe die elektrische Induktion A, in der anderen die elektrische Feldstärke a mit der Geschwindigkeit v der Flüssigkeit identifiziert wird. In beiden Fällen wird man besonders anschaulich sehen, wie das Glied $\varrho\frac{dv}{dt}$ die Feldbildung darstellt, und wie diese Feldbildung mit der Erzeugung der nach außen ausgeübten Kraft unauflöslich verbunden ist[1]).

1) In einer Reihe von Aufsätzen kritisiert Herr Hans Witte teils in einem speziellen Punkte meine Resultate,

§ 5. Die allgemeinen Gleichungen der Flüssigkeitsbewegung. Die ideale Flüssigkeit ist in dynamischer Hinsicht dadurch gekennzeichnet, daß alle tangentiellen Spannungen identisch Null

$$P_{yz} = P_{zy} = P_{zx} = P_{xz} = P_{xy} = P_{yx} = 0$$

und alle normalen Spannungen einander gleich sind,

$$P_{xx} = P_{yy} = P_{zz} = -p,$$

wo p der isotrope Flüssigkeitsdruck ist. Wenn man diese Werte der Spannungen in den Gleichungen (3) einführt, und die drei gefundenen skalaren Gleichungen durch die entsprechende Vektorgleichung ersetzt, so ergibt sich, daß die Spannungsresultante $\boldsymbol{S}$ einfach der Gradient des Druckes p ist

$$\boldsymbol{S} = -\nabla p. \tag{8}$$

Dieses führen wir in (7′) und (7) ein. Es ergibt sich dann für die äußere Kraft $\boldsymbol{f}'$, welche das System II auf die Flüssigkeit ausübt,

$$\boldsymbol{f}' = \varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} + \nabla p \tag{9′}$$

und für die Gegenkraft $\boldsymbol{f}$, welche die Flüssigkeit gegen das System II ausübt

$$\boldsymbol{f} = -\varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} - \nabla p. \tag{9}$$

Für die Beschreibung der Massenverteilung in der Flüssigkeit werden wir neben der Dichte ϱ auch das spezifische Volum $\varkappa$ anwenden,

$$\varkappa = \frac{1}{\varrho} \tag{10}$$

Für die Beschreibung des Bewegungsfeldes werden wir außer der Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ auch die spezifische Bewegungsgröße $\boldsymbol{V}$, das heißt das Produkt von Dichte und Geschwindigkeit anwenden. Die Verbindungsgleichung der Vek-

---

teils im allgemeinen meine Methode. Über den betreffenden speziellen Punkt (die gegen Quellen und Senken wirkende Kraft) verweise ich auf den Abschnitt 7 unten. Zur Frage von den Methoden sei hier folgendes bemerkt.

Meine Methode besteht darin, daß ich die Kraft, welche von dem bewegten System I auf das System II ausgeübt wird, direkt aus der Bewegungsgleichung des Systems I berechne. Herr Witte macht in seinem ersten Aufsatz (Ann. d. Phys. **30**, 337—348, 1909) den Einwand, daß die in dieser Weise gefundene Kraft nicht eine Resultante der in dem System I vorhandenen Spannungen ist. Ich antworte (Ann. d. Phys. **31**, 318—319, 1910), daß sie es auch nicht sein soll, weil die Spannungen nicht nur die Kraft zu erzeugen, sondern auch die Feldbildung zu besorgen haben. Herr Witte rechnet dann noch einmal (Ann. d. Phys. **32**, 382 bis 410, 1910) die gesamte Resultierende der Spannungen Glied für Glied aus, nennt einige derselben feldbildende, andere kräfteerzeugende Glieder, und erklärt, daß die von mir „nur im Rahmen des Bewegungsgleichung" ausgerechnete Kraft auch nicht eine „Teilresultante" der zugrunde gelegten Spannungen sei. Wenn ich (Ann. d. Phys. **33**, 842—844, 1910) auf den Widerspruch mit Experimenten hinweise, hat dieses nicht zur Folge, daß Herr Witte die Revision seiner Methoden fortsetzt, sondern nur (diese Zeitschr. **12**, 347—360, 1911), daß er sein Urteil mit unveränderter Begründung in verschärfter Form wiederholt (siehe besonders § 15 dieses Aufsatzes).

Die Sache ist also jetzt diese: Herr Witte und ich stimmen darin überein, daß (vgl. die Note S. 349 des zuletzt zitierten Aufsatzes) die Resultierende $\boldsymbol{S}$ der Spannungen in zwei Teile zu zerlegen ist

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_m + \boldsymbol{S}_f, \tag{a}$$

von denen der eine $\boldsymbol{S}_m$ die mechanische Kraft, der andere $\boldsymbol{S}_f$ das Feld, d. h. die im System I auftretende Beschleunigung, liefern soll. Diesen zweiten Teil setze ich deshalb gleich $\varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$

$$\boldsymbol{S}_f = \varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}. \tag{b}$$

Dieses in die Gleichung (a) eingesetzt, gibt

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_m + \varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \tag{c}$$

oder durch Auflösung in bezug auf die gesuchte Größe $\boldsymbol{S}_m$

$$\boldsymbol{S}_m = -\varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} + \boldsymbol{S}. \tag{d}$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der Gleichung (7) oben, so findet man $\boldsymbol{S}_m = \boldsymbol{f}$. Den kräfteerzeugenden Teil $\boldsymbol{S}_m$ der Spannungen finde ich mit der Kraft $\boldsymbol{f}$ identisch, welche in der Bewegungsgleichung vorkommt. Gleichung (d) ist nichts anderes, als die Bewegungsgleichung

$$\boldsymbol{f} = -\varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} + \boldsymbol{S}, \tag{e}$$

welche ich meiner Methode zugrunde lege. Die Wittesche Methode besteht aber, wie schon referiert, darin, daß er in dem Polynom, das er für $\boldsymbol{S}$ ausgerechnet hat, durch rein subjektive Schätzung gewisse Glieder als der Feldbildung angehörig bezeichnet. Besinnt man sich, daß ein solches Polynom in unendlich vielen verschiedenen Formen geschrieben werden kann, und daß die einzelnen Glieder gar nicht die Pflicht haben, entweder rein feldbildend oder rein kräfteerzeugend zu sein, so versteht man leicht, wie Herr Witte außerhalb des Rahmens der Bewegungsgleichung geraten kann.

Nachdem einmal dieses Unglück passiert ist, wundert man sich weniger über die weitere Argumentation, wie man sie in allen drei zitierten Aufsätzen wiederfindet: „Ein Glied von ganz anderer physikalischer Bedeutung", „ein Bestandteil des Ausdruckes Trägheit × Beschleunigung" kann „unter keinen Umständen" in eine Spannungswirkung „verwandelt" werden! Besinnt man sich, daß die Äquivalenz des negativen Trägheitsgliedes mit einer Kraft, und dadurch auch mit einer Spannungswirkung, die Grundlage der Mechanik bildet, so braucht man nicht gegen solche Äußerungen zu polemisieren. Einige Bemerkungen positiven Inhaltes knüpfen aber hier natürlich an.

Nach einer alten Terminologie heißt das Glied $-\varrho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$ die von dem System I gegen das System II ausgeübte „Trägheitskraft" (vergleiche die „Zentrifugalkraft", die ein System II empfindet, wenn es eine Masse I in einem Kreise herumführt). Man kann deshalb den Inhalt der Gleichung (d) auch so aussprechen: Die Kraft $\boldsymbol{f}$, welche das System I auf das System II ausübt, ist die Vektorsumme der Trägheitskraft und der Spannungsresultante. Den Unterschied zwischen dem ursprünglichen Maxwellschen Problem [Gleichung (4)] und dem verallgemeinerten [Gleichung (7)] kann man also folgendermaßen charakterisieren: In dem speziellen Maxwellschen Problem sucht man die von dem Felde ausgeübte Kraft als Spannungsresultante darzustellen, im verallgemeinerten dagegen als Vektorsumme von Trägheitskraft und Spannungsresultante. Bei dieser Fassung der Aufgabe nähern wir uns den Gesichtspunkten der Hertzschen Mechanik, deren Grundidee es ist, die zwischen „eigentlichen" Kräften und Trägheitskräften bestehende Äquivalenz auszunutzen, um die „eigentlichen" aus der Mechanik zu eliminieren.

toren $\boldsymbol{V}$ und v können wir dann in einer beliebigen der Formen

$$\boldsymbol{V} = \varrho v \quad \text{oder} \quad v = \varkappa \boldsymbol{V} \tag{11}$$

schreiben.

Schließlich ist zu bemerken, daß die Flüssigkeit, wie überhaupt jedes materielle System, die Bedingung von der Erhaltung der Masse erfüllen muß. Diese Bedingung drückt sich durch die Kontinuitätsgleichung aus, die wir in einer beliebigen der Formen

$$\operatorname{div} v = -\frac{1}{\varkappa}\frac{d\varkappa}{dt} \tag{12}$$

oder

$$\operatorname{div} \boldsymbol{V} = -\frac{\partial \varrho}{\partial t} \tag{13}$$

schreiben können. Daß diese beiden Gleichungen miteinander identisch sind, verifiziert man leicht mit Hilfe der Relationen (6), (10) und (11). Es ist vielleicht nicht überflüssig, hinzuzufügen, daß wir die Kontinuitätsgleichung einzuführen haben, nicht bloß weil die materiellen Systeme erfahrungsmäßig ihre Massen erhalten, sondern auch deshalb, weil wir über die Gültigkeit der Prinzipien der Mechanik in einem Systeme, wo die Massen nicht erhalten bleiben, gar nichts wissen können.

6. Erste hydrodynamische Analogie. Wir werden übereinkommen, die elektrischen und die hydrodynamischen Größen nach dem folgenden Schema zu vergleichen:

$$\left.\begin{array}{ll} \boldsymbol{V} \text{ (spez. Bewegungsgröße)} & \boldsymbol{a} \text{ (Feldstärke)} \\ v \text{ (Geschwindigkeit)} \ldots & \boldsymbol{A} \text{ (Induktion)} \end{array}\right\} \tag{I}$$

Wir können dann widerspruchsfrei verlangen, daß die Bewegung der Flüssigkeit in Übereinstimmung mit den folgenden Gleichungen verlaufen soll:

$$\left.\begin{array}{l} v = \varkappa \boldsymbol{V} \\ \operatorname{div} v = -\dfrac{1}{\varkappa}\dfrac{d\varkappa}{dt} \\ \operatorname{curl} \boldsymbol{V} = 0 . \end{array}\right\} \tag{14}$$

Die beiden ersten sind nämlich die immer erfüllten Gleichungen (11) und (12). Sie haben nur, wenn wir sie mit den entsprechenden Gleichungen (1) vergleichen, zur Folge, daß das Vergleichsschema (I) in folgender Weise ergänzt wird:

$$\left.\begin{array}{ll} \varkappa \text{ (spezif. Volum, } \ldots\ldots\ldots & \alpha \text{ (Dielektrizitätskonstante)} \\ \dfrac{1}{\varkappa}\dfrac{d\varkappa}{dt} \left\{\begin{array}{l}\text{Ausdehnung des bewegten} \\ \text{Flüssigkeitselementes pro} \\ \text{Zeit- und Volumeneinheit}\end{array}\right. & E \text{ (elektr. Dichte).} \end{array}\right\} \tag{I'}$$

Nur die dritte Gleichung enthält eine Forderung spezieller Art, die nämlich, daß die spezif. Bewegungsgröße $\boldsymbol{V}$ eine wirbelfreie oder potentielle Vektorgröße sein soll. Diese Bedingung kann selbstverständlich immer erfüllt werden, vorausgesetzt, daß passende äußere Kräfte eingreifen. Wir werden dann dem System II die Bedingung auferlegen, die somit erforderliche Kraft f' auf die Flüssigkeit auszuüben. Diese Kraft ist dann nach der Gleichung (9') oder

$$f' = \frac{1}{\varkappa}\frac{dv}{dt} + \nabla p \tag{15'}$$

zu berechnen, indem man das erste Glied rechts in Übereinstimmung mit den Bedingungsgleichungen (14) spezialisiert. Wenn das System II diese Kraft f' auf die Flüssigkeit ausübt, wird die Flüssigkeit umgekehrt die Kraft

$$f = -\frac{1}{\varkappa}\frac{dv}{dt} - \nabla p \tag{15}$$

auf das System II ausüben.

Die Kräfte (15') und (15) stehen in genau gleicher Beziehung zu dem hydrodynamischen Felde (14) wie die Kräfte (2') und (2) zu dem elektrischen Felde (1). Es bleibt nur übrig, die expliziten Ausdrücke der Kräfte (15') und (15) zu finden.

Man sieht aber gleich, daß das Problem von der Bestimmung dieser Kräfte kein eindeutiges ist. Denn über den Druck p haben wir Verfügungsrecht. Für jede gegebene Druckverteilung wird die Gleichung (15') einen entsprechenden Ausdruck der Kraft f' bestimmen, welche die Eigenschaft hat, in Verbindung mit dem gegebenen Druck die verlangte Bewegung unterhalten zu können. Dennoch können wir aber nicht für die Kraft f' jeden beliebigen Wert, zum Beispiel nicht den Wert (2') erhalten. Denn der Druck geht in der Gleichung (15') nur durch seine Ableitung ∇p ein, und diese Ableitung ist ein Vektor spezieller Natur, welche nicht eine beliebig vorgeschriebene räumliche Verteilung annehmen kann. Es würde deshalb zu Überbestimmtheit führen, wenn wir dem f' der Gleichung (15') den Wert (2') gaben, um einen entsprechenden Wert des Druckes p aus der Gleichung auszurechnen.

Wir werden uns deshalb begnügen, zu untersuchen, welche Kraft f' auskommt, wenn wir dem Druck den Wert

$$p = p_0 - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\varkappa \boldsymbol{V}^2 \tag{16}$$

erteilen, wo Φ die skalare Größe ist, als deren Ableitung wir die nach der dritten Gleichung (14) wirbelfreie oder potentielle Vektorgröße $\boldsymbol{V}$ darstellen können

$$\boldsymbol{V} = \nabla \Phi . \tag{17}$$

Man überzeugt sich leicht, daß die Formel (16) in dem speziellen Falle, wo die Flüssigkeit homogen und inkompressibel ist, also

$\nabla \varkappa = 0$ und $\operatorname{div} \boldsymbol{v} = 0$, mit der bekannten Formel identisch wird, welche den Druck der Flüssigkeit während einer Potentialbewegung darstellt, die ohne das Eingreifen äußerer Kräfte verläuft. Die gesuchte äußere Kraft $\boldsymbol{f}'$ braucht deshalb nur an den Stellen der Heterogenität, wo $\nabla \varkappa$ von Null verschieden ist, und an den Stellen der Expansion, wo $\operatorname{div} \boldsymbol{v}$ von Null verschieden ist, einzugreifen. Die Leitung der Bewegung in allen homogenen und inkompressiblen Partien der Flüssigkeit kann dem Druck allein überlassen werden. Insofern werden die Kraftfelderscheinungen, zu deren Ableitung wir jetzt übergehen, als eine naheliegende Verallgemeinerung eines der bekanntesten elementaren Sätze der Hydrodynamik hervortreten.

Um jetzt die Kräfte $\boldsymbol{f}'$ und die entsprechende Kraft $\boldsymbol{f}$ zu berechnen, welche bei dem Wert (16) des Druckes auftreten werden, bilden wir den Druckgradienten

$$-\nabla p = \frac{\partial}{\partial t} \nabla \Phi + \varkappa \boldsymbol{V} \nabla \boldsymbol{V} + \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa \quad (18)$$

oder mit Benutzung der Gleichung (17) und der ersten Gleichung (14)

$$-\nabla p = \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \nabla \boldsymbol{V} + \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa$$

oder nach (6)

$$-\nabla p = \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa. \quad (19)$$

Den somit gefundenen Wert des Druckgradienten setzen wir in eine der Gleichungen (15′) oder (15) ein, z. B. in die ersten, wodurch sich

$$\boldsymbol{f}' = \frac{1}{\varkappa} \frac{d \boldsymbol{v}}{dt} - \frac{d \boldsymbol{V}}{dt} - \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa$$

ergibt. Wenn wir in dem ersten Gliede rechts nach der ersten Gleichung (14) $\varkappa \boldsymbol{V}$ anstatt $\boldsymbol{v}$ einsetzen und die Differentiation ausführen, so ergibt sich hieraus

$$\boldsymbol{f}' = \boldsymbol{V} \frac{1}{\varkappa} \frac{d \varkappa}{dt} - \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa$$

oder mit Benutzung der zweiten Gleichung (14)

$$\boldsymbol{f}' = \boldsymbol{V} \operatorname{div} \boldsymbol{v} - \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa. \quad (20')$$

Dieses ist also die Kraft, welche zur Erfüllung der gestellten Bedingungen das System II gegen die Flüssigkeit ausüben muß. Unter denselben Bedingungen wird die Flüssigkeit die Kraft

$$\boldsymbol{f} = -\boldsymbol{V} \operatorname{div} \boldsymbol{v} + \frac{1}{2} \boldsymbol{V}^2 \nabla \varkappa \quad (20)$$

gegen das System II ausüben.

Berücksichtigt man die Korrespondenz zwischen hydrodynamischen und elektrischen Größen, welche durch das Schema (I) und (I′) gegeben ist, so entsprechen die Gleichungen (14), (20′) und (20) genau den Gleichungen (1), (2′) und (2), nur mit dem Unterschied, daß die mit gestrichenem und die mit ungestrichenem $\boldsymbol{f}$ bezeichneten Kräfte ihre Rollen umgetauscht haben. Wir sind zu derjenigen Korrespondenz hydrodynamischer und elektrischer Gleichungen gelangt, welche der von C. A. Bjerknes gefundenen Analogie hydrodynamischer und elektrischer Erscheinungen zugrunde liegt.

Will man von der Analogie der Relationen zu einem hydrodynamischen Bild der elektrischen Erscheinungen übergehen, so ist folgendes zu bemerken: Die Expansionsgeschwindigkeit $\frac{1}{\varkappa} \frac{d \varkappa}{dt}$, welche der elektrischen Dichte E entspricht, und wie diese das Feld in geometrischer Hinsicht eindeutig bestimmt, gehört dem bewegten Volumelemente an. Als Folge der Bewegung wird man jeden Augenblick eine neue Verteilung der Expansionsgeschwindigkeiten und dadurch ein neues Feld erhalten. Das hydrodynamische Feld muß deshalb jeden Augenblick mit einem neuen elektrostatischen Felde verglichen werden. Um dem hydrodynamischen Felde den Anschein eines statischen Feldes zu geben, muß man die Bewegungsform spezialisieren. Dabei ist es, wie man sich leicht überzeugt, ausgeschlossen, die Bewegung stationär anzunehmen. Dagegen kann man ohne Widerspruch voraussetzen, daß die Bewegung schwingend mit beliebig kleinen Amplituden sein kann. Es zeigt sich dann, daß das Gleichungssystem (14) mit (20′) und (20) auch für passend definierte Mittelwerte, welche den Bewegungszustand definieren, gültig ist. Hierüber und über die Experimente, durch welche man diese Analogie hydrodynamischer Erscheinungen mit elektrostatischen nachweist, gestatte ich mir auf das zitierte Buch „Die Kraftfelder" hinzuweisen.

7. Zweite hydrodynamische Analogie. Eine Analogie, die in einem gewissen Gegensatz zu der vorhergehenden steht insofern, als sie eben bei einer gewissen stationären Bewegung auftritt, läßt sich aber auch angeben. Man setzt dann voraus, daß die spezif. Bewegungsgröße $\boldsymbol{V}$ (nicht die Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$!) im Raume stationär ist,

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} = 0. \quad (21)$$

Weiter kommt man überein, die elektrischen und hydrodynamischen Größen nach dem folgenden Schema zu vergleichen:

v (Geschwindigkeit) . . . . a (Feldstärke)
V (spezif. Bewegungsgröße) A (Induktion), (II)

welches zu dem vorhergehenden Schema (I) gewissermaßen reziprok ist. Indem wir dieses neue Schema zugrunde legen, können wir verlangen, daß die Flüssigkeitsbewegung nach den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} V &= \varrho v \\ \operatorname{div} V &= -\frac{\partial \varrho}{\partial t} \\ \operatorname{curl} v &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

verlaufen soll. Denn die beiden ersten Gleichungen sind die immer erfüllten Relationen (11) und (13), und zeigen nur, wenn wir sie mit den entsprechenden Gleichungen (1) vergleichen, daß wir das Vergleichsschema (II) in der folgenden Weise fortzusetzen haben:

$$\left.\begin{aligned} &\varrho \text{ (Dichte)} \ldots\ldots\ldots\ldots a \text{ (Dielektrizitätskonstante)} \\ -\frac{\partial \varrho}{\partial t} &\left\{\begin{array}{l}\text{Massenverlust des unbeweglichen Raumelementes} \\ \text{pro Zeit- und Volumeinheit}\end{array}\right\} E \text{ (elektr. Dichte)} \end{aligned}\right\} \qquad (II')$$

Nur die dritte Gleichung (22), welche wirbelfreie Verteilung der Geschwindigkeit verlangt, hat bestimmte dynamische Folgerungen.

Ehe wir zu der dynamischen Diskussion übergehen, wird es nützlich sein, auf gewissen kinematischen Folgerungen der Korrespondenz (II') in Verbindung mit Bedingung (21) aufmerksam zu machen. Als „Quellen" auftretende, das heißt Masse aussendende Raumelemente, und als „Senken" auftretende, das heißt Masse aufnehmende Raumelemente, werden nach (II') den elektrisch geladenen Raumelementen entsprechen. Ein Raumelement kann aber nur auf Kosten des eigenen Massenvorrates einen Massenausfluß unterhalten. Die durch Gleichung (21) ausgedrückte Bedingung von der stationären Natur der spezif. Bewegungsgröße kann deshalb nur für eine endliche Zeit erfüllt bleiben, nämlich nur so lange, bis sich das als Quelle tätige Element verausgabt hat und somit nichts mehr entsenden kann. Aus unserem Ansatz (22) mit (21) wird also höchstens eine für begrenzte Zeit bestehende Analogie elektrischer und hydrodynamischer Felder hervorgehen können. Diese endliche Zeit kann beliebig lang gemacht werden, wenn die als Quellen tätigen Volumelemente hinlänglich dichte Massen enthalten. Übrigens kann man sich aber auch Prozesse diskontinuierlicher Art denken, bei welchen Ersatzmassen eingebracht werden können, ohne sonst in den hydrodynamischen Vorgängen störend einzugreifen. (Vgl. „Die Kraftfelder" S. 133.)

Die Untersuchung der dynamischen Bedingungen, unter welchen die Flüssigkeitsbewegung nach den Gleichungen (22) und (21) verlaufen wird, ist wieder mittelst der Gleichung (9′) oder (9) durchzuführen: Die äußere Kraft, welche das System II auf die Flüssigkeit ausüben muß, damit die verlangte Bewegung bestehen kann, ist nach der Gleichung

$$f' = \varrho \frac{dv}{dt} + \nabla p \qquad (23')$$

zu berechnen; und die Kraft f, welche die Flüssigkeit dann gegen das System II ausübt, wird man aus der Gleichung

$$f = -\varrho \frac{dv}{dt} - \nabla p \qquad (23)$$

finden.

Wie im vorhergehenden Fall sind die Kräfte f' und f durch die gegebenen Bedingungen nicht eindeutig bestimmt. Bestimmte Werte erhalten sie erst nach der Wahl eines bestimmten Wertes des Druckes. Wir wählen

$$p = p_0 - \tfrac{1}{2}\varrho v^2. \qquad (24)$$

Zum Einsetzen in Gleichung (23′) oder (23) bilden wir dann

$$-\nabla p = \varrho v \nabla v + \tfrac{1}{2}\varrho \nabla v^2, \qquad (25)$$

welches den expliziten Wert des Druckgradienten darstellt[1]).

Das Einsetzen in (23′) gibt

$$f' = \varrho \frac{dv}{dt} - \varrho v \nabla v - \tfrac{1}{2} v^2 \nabla \varrho. \qquad (26)$$

Oder wenn wir das erste Glied rechts nach (6) entwickeln

$$f' = \varrho \frac{\partial v}{\partial t} - \tfrac{1}{2} v^2 \nabla \varrho. \qquad (27)$$

Im ersten Gliede rechts bringen wir das ϱ unter das Zeichen $\frac{\partial}{\partial t}$, benutzen die erste Gleichung (22) und die Bedingungsgleichung (21):

$$f' = -v \frac{\partial \varrho}{\partial t} - \tfrac{1}{2} v^2 \nabla \varrho. \qquad (28)$$

Also schließlich bei der Benutzung der zweiten Gleichung (22′)

$$f' = v \operatorname{div} V - \tfrac{1}{2} v^2 \nabla \varrho. \qquad (29')$$

1) Man hat kein Recht, im Ausdruck dieses Gradienten ohne weiteres das eine Glied feldbildend und das andere kräfteerzeugend zu nennen. Es ist niemandem gegeben, bloß nach Augenmaß schätzen zu können, was zur Feldbildung (das heißt zur Erzeugung der durch die Gleichungen (21) und (22) implizite gegebenen Beschleunigungen!) erforderlich ist, und was für die nach außen wirkende Kraft übrig bleibt. Deshalb sagt man nicht: das Glied $-v \operatorname{div} V$ fehlt! (Witte, l. c.), sondern folgt den einfachen Vorschriften der Mechanik: setzt den Wert des Druckgradienten in die Bewegungsgleichung ein und läßt diese entscheiden, was die Beschleunigungen brauchen und was für die Kraft übrig bleibt.

Diese äußere Kraft muß die Flüssigkeit angreifen, wenn sie sich unter Erfüllung der Bedingungen (21) und (22) bewegen soll, und dabei der Druck den Wert (24) haben. Unter denselben Bedingungen wird die Flüssigkeit die Kraft

$$f = -\nu \operatorname{div} \dot{V} + \frac{1}{2} v^2 \nabla \varrho \qquad (29)$$

gegen das System II ausüben.

Wenn man die durch das Schema (II) und (II') festgestellte Korrespondenz zwischen den elektrischen und den hydrodynamischen Größen berücksichtigt, so sieht man: die Gleichungen (22), (29'), (29) entsprechen genau den Gleichungen (1), (2), (2'), nur mit dem Unterschied, daß die mit gestrichenem und mit ungestrichenem f bezeichneten Kräfte ihre Rollen umgetauscht haben.

Wir haben somit eine zweite Korrespondenz elektrischer und hydrodynamischer Relationen nachgewiesen. Diese zweite Korrespondenz läßt sich, genau wie die erstere, bedeutend erweitern. Ich hebe nur folgendes hervor: Wenn man die dritte Gleichung (22) allgemeiner curl $v = c$ schreibt, wo c ein von der Zeit unabhängiger Vektor ist, so kommt man auf ein Feld, welches im Raume stationäre Wirbel hat. Die Resultate, zu welchen man dabei geführt wird, enthalten als Spezialfall eine Analogie hydrodynamischer und elektrischer (magnetischer) Erscheinungen, welche Euler geahnt und Lord Kelvin nachgewiesen hat. In derselben treten die Enden langer durchströmter Röhren als Zentren ausgehender oder eingehender Radialströme auf und ersetzen insofern die oben betrachteten Stellen einer stetig fortgesetzten Verdünnung oder Verdichtung von Materie. Es zeigt sich auch, daß die „Quellen" und „Senken" in beiden Fällen zu denselben mechanischen Kräften Anlaß geben. Die Art und Weise, wie sie erzeugt werden, macht insofern keinen Unterschied. Weiteres über diese Analogie wird man ebenfalls in dem zitierten Buche „Die Kraftfelder" finden.

(Eingegangen 14. November 1911.)

Die Registrierung des atmosphärischen Potentialgefälles mit Hilfe des Einfaden- und Zweifaden-Elektrometers nach Wulf.

Von K. Bergwitz.

Für die Potentialregistierungen in der luftelektrischen Woche vom 9.—17. September 1911 wurde ein Registrierapparat[1]) verwendet, der für Versuchszwecke hergestellt worden war. Er gestattet, die verschiedenen von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig gefertigten Elektrometer zu verwenden und die Papierbreite und die stündliche Abwicklung in weiten Grenzen zu variieren. Im vorliegenden Falle wurde das Einfaden-Elektrometer nach Wulfschem Prinzip, das der genannten Firma geschützt ist, verwendet. Es unterscheidet sich von anderen Einfaden-Elektrometern dadurch, daß der Faden nicht starr, sondern elastisch gespannt ist. In der Fig. 1 bedeutet P den platinierten Quarz-

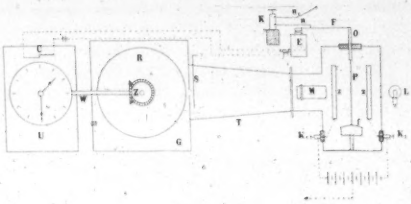


Fig. 1.

faden, f die Quarzfeder, an der er mit seinem unteren Ende befestigt ist. Der Faden P wird abgelenkt in der durch die beiden Schneiden z gekennzeichneten Ebene. Die Schneiden stehen durch Vermittlung der beiden Klemmen K_1 und K_2 mit den beiden Polen einer Batterie, deren Mitte geerdet ist, in Verbindung. Durch Variierung dieses Hilfspotentials kann man den Meßbereich bzw. die Empfindlichkeit des Instruments in weiten Grenzen verändern. Es sei bemerkt, daß in der Zeichnung die Ebene der Schneiden, um die Einrichtung darstellen zu können, um 90° gegen die optische Achse des Apparats verdreht ist. An dem oberen Zuleitungsstifte O des Elektrometers befindet sich eine Blattfeder F, die in Berührung mit dem Stabe n steht, der sich an der gut isolierten Klemme K befindet. Durch Vermittlung von n_1 ist der Kollektor mit K und damit mit dem Elektrometer verbunden. Die Beleuchtung der Fäden geschieht durch die Glühlampe L. Das Bild der Fäden wird mit Hilfe des Zeißschen mikrophotographischen Objektivs M auf das photographische Papier projiziert, das auf die Walze R gespannt ist. Der Papierstreifen hat eine Breite von 9 cm und entsprechend dem Umfang der Walze eine Länge von 49 cm. Die Walze selbst wird vom Uhrwerk U aus durch Vermittlung der Welle W und der beiden Zahnräder Z in 24 Stunden einmal um sich selbst gedreht, so daß die stündliche Abwicklung des Papiers rund 2 cm beträgt. Das Uhrwerk U schließt in jeder halben Stunde einmal den

1) Wulf, diese Zeitschr. 11, 1090—1095, 1910.

Kontakt C zwei Minuten lang. Der Elektromagnet E zieht dabei die Blattfeder F an und erdet das Elektrometer. Die dadurch im Photogramme unter Unterbrechung der Kurve entstehenden Marken dienen zur Fixierung der Zeit und der Nullage des Fadens. Da bei diesem Vorgange die Verbindung zwischen F und n aufgehoben wird, so wird der Kollektor und seine Zuleitung nicht geerdet. Bei der Wiederanschaltung des Kollektors nimmt daher das Elektrometer bei seiner sehr geringen Kapazität fast momentan die Kollektorspannung wieder an.

Die Walze R befindet sich in einem Kasten G, der mit einem Tubus T versehen ist. Kasten und Tubus lassen sich zur Einfügung neuen Papiers in der Dunkelkammer vom Elektrometer und Uhrwerk entfernen. Um das Eindringen von Licht zu verhüten, ist der Schieber S vorgesehen, der den in der Vorderwand des Kastens befindlichen feinen Spalt abschließt.

Fig. 2 zeigt einen Teil des mit Hilfe der beschriebenen Einrichtung aufgenommenen Verlaufs des Erdpotentials am 21. November 1911.

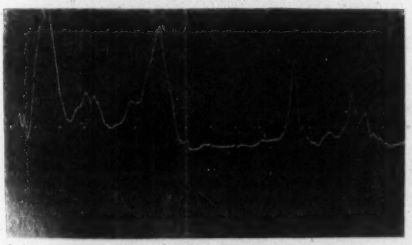


Fig. 2.

Die Figur läßt uns neben der Potentialkurve die die Nullinie markierenden halbstündigen Zeitmarken erkennen. Das Erdpotential ist positiv oder negativ, je nachdem die Kurve oberhalb oder unterhalb der Nullinie verläuft. Die abgegriffenen Ordinaten geben uns an der Hand der Eichkurve des Elektrometers und des anderweitig bestimmten Reduktionsfaktors die absoluten Spannungen im freien Erdfeld in ein Meter Bodenhöhe. Der Vorteil der Anwendung eines Einfaden-Elektrometers zur Registrierung scheint auf der Hand zu liegen. Das ist die eindeutige Bestimmung des Vorzeichens des Potentials. Ein weiterer Vorteil ist die Möglichkeit, die Empfindlichkeit des Instruments in weiten Grenzen zu variieren, dadurch daß man das Hilfspotential verändern kann. Aber ein großer Nachteil ist es, daß man das angelegte Hilfspotential nicht mitregistriert. Sollte dieses aus irgendeinem Grunde schwanken, so zeigt das Potential einen ganz anderen Verlauf wie es der Wirklichkeit entspricht. Einigermaßen wird der Schaden zwar geheilt, indem man das Hilfspotential des öfteren mißt, aber ganz wird der Fehler einer variierenden Hilfsspannung dadurch nicht eliminiert. Man denke nur an eine ganztägige Registrierung. Findet man zu Anfang und zu Ende derselben für die Hilfsbatterie wesentlich andere Spannungen, so kann man die registrierte Spannungskurve ruhig fortwerfen, denn sie gibt einem nicht einmal den relativen Verlauf des atmosphärischen Potentials, geschweige denn seine Absolutwerte. Fig. 3 gibt den Verlauf des Erdpotentials bei zweimal geänderter Hilfsspannung. Da diese Änderungen plötzlich vorgenommen sind, so erkennt man sie bereits an dem scharfen Abbrechen der Spannungskurve; wären sie aber allmähliche, würde man die Änderung des Hilfspotentials an dem Verlauf der Kurve nicht erkennen können.

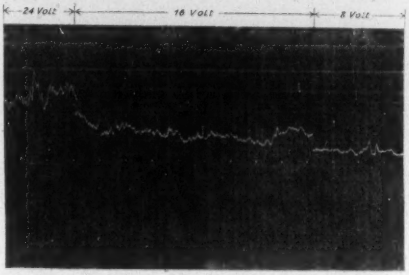


Fig. 3.

Wie steht es nun mit der Registrierung des Potentials mit Hilfe des Wulfschen Zweifaden-Elektrometers[1]) mit Hilfsspannung? Fig. 4 stellt zwei Abschnitte des mit Hilfe der oben

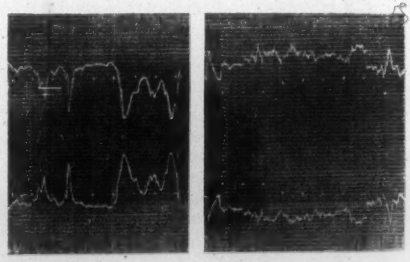


Fig. 4.

1) Wulf, L'Electromètre bifilaire etc. Loeven 1910.

beschriebenen Einrichtung und dem erwähnten Zweifaden-Elektrometer aufgenommenen Verlaufs des atmosphärischen Potentials vom 22. November 1911 dar. Wir erkennen wieder die die Nullinien markierenden stündlichen Zeitmarken; es sind natürlich hier zwei Nullinien entsprechend den beiden Fadenbildern. Im ersten Abschnitt der Fig. 4 ist das Hilfspotential nicht geändert, im zweiten dagegen mehrere Male. Wir sehen aus der Figur, im Falle der Anwendung des Zweifaden-Elektrometers wird die Änderung der Spannung der Hilfsbatterie selbsttätig vom Elektrometer mit angegeben. Die Hilfsspannung kann also des öfteren wechseln, ohne daß dies uns hindert, den Verlauf des atmosphärischen Potentials relativ und absolut an der Hand der einmal aufgestellten Eichkurve des Instruments verfolgen zu können. — Wie ist es aber nun mit der Eindeutigkeit des Vorzeichens des registrierten Potentials? Es ist ja bekannt, daß dem Zweifaden-Elektrometer immer der Vorwurf gemacht wird, daß es das Vorzeichen der zu messenden Spannung nicht eindeutig bestimme. Nun, dieser Vorwurf trifft es zu Unrecht! Es gibt recht wohl das Vorzeichen der registrierten Spannung eindeutig an. Wir erklären uns dies an der Hand der beistehenden Fig. 5:

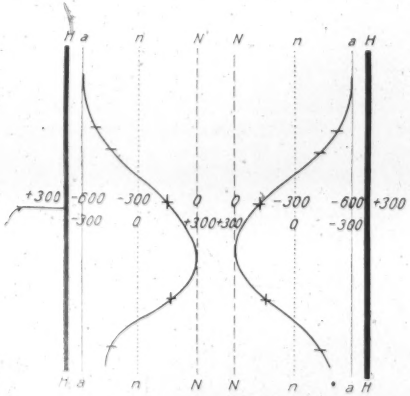


Fig. 5.

H bedeutet den isolierten Hilfskonduktor, an den das Hilfspotential angelegt wird. $N—N$ sind die Nullinien des Instruments, falls keine Hilfsladung vorhanden ist. Legen wir jetzt + 300 Volt an H, so springen die Fäden von N auf — 300 Volt. Sei nun die zu messende Spannung — 300 Volt, so bewegen sich die Fäden auf beiden Seiten bis zur Linie $a—a$, die — 600 Volt angibt; ist sie dagegen + 300 Volt, so wandern sie bis $N—N$ zurück. Nun ist aber — 300 Volt die Nullinie für das angelegte Hilfspotential, die ursprüngliche Nullinie ist die + 300-Volt-Linie und die durch a zu ihr parallel laufende Gerade ist die — 300-Volt-Linie. Befinden sich also die Elektrometerfäden zwischen $a—a$ und $n—n$, so ist das zu messende Potential negativ, zwischen $n—n$ und $N—N$ dagegen positiv. Wir erhalten also auch beim Zweifaden-Elektrometer durch die Anwendung eines angemessenen Hilfspotentials die vollkommene Eindeutigkeit des Vorzeichens der zu messenden Spannung.

Das Wulfsche Zweifaden-Elektrometer mit Hilfspotential ist daher für die Dauerregistrierung der Spannung des Erdfelds wohl am vorteilhaftesten deshalb, weil es 1. das Hilfspotential und seine Veränderungen mitregistriert und 2. auch das Vorzeichen des atmosphärischen Potentials eindeutig liefert.

Braunschweig, 25. November 1911.

(Eingegangen 27. November 1911.)

Ein einfacher Demonstrationsapparat für Wechselstromversuche.

Von G. Hoffmann.

(Mit Tafel II.)

Dem Bestreben, bei Vorlesung oder Praktikum den zeitlichen Verlauf von Strom und Spannung bei Wechselstrom durch Versuche anschaulich zu machen, dienen Oszillograph und Braunsche Röhre, welche ein mehr oder weniger detailliertes Bild der Schwankungen von Strom und Spannung an einem Stromleiter geben. Bei einleitenden Versuchen ist jedoch eine genaue Angabe der Kurvenform — Abweichung von der Sinuslinie — vielfach entbehrlich und nur eine Angabe der Amplitude und Phase erwünscht. Hier mag mit anderen in gleicher Absicht konstruierten Apparaten auch der im folgenden beschriebene einfache, übersichtliche und wenig diffizile kleine Apparat ergänzend eintreten. Die Fig. 1[1]) gibt eine Ansicht, von der Seite, Fig. 2 von oben. Die ungefähre Größe ist aus dem Bilde der Klemmschrauben ersichtlich.

Auf einer kräftigen eisernen Grundplatte sind zwei, von kleinen Messingsäulen getragene Elektromagnete montiert, deren Kerne aus Eisenblech zusammengesetzt sind. Sie tragen je eine doppelte Wicklung, von denen die eine von Gleichstrom, die andere von Wechselstrom

1) Die Figuren befinden sich auf Tafel II.

durchflossen wird. Die Gleichstromwicklung, auf beiden Magneten in gleicher Weise ausgeführt, ist für unmittelbaren Anschluß an 2 Volt eines Akkumulators eingerichtet — Stromverbrauch 0,7 Ampere —, und zwar muß jeder Magnet für sich angeschlossen werden, um keine störende Kopplung durch Induktion zu erhalten. Die Wechselstromwicklung ist auf dem einen Magnet mit sehr feinem Draht (0,1 mm), auf dem anderen mit kräftigerem ausgeführt, entsprechend ihrer Bestimmung als Spannungs- und Stromzeiger.

Der Wechselstrom erzeugt in Verbindung mit dem Gleichstrom einen pulsierenden Magnetismus in dem bis auf einen Spalt geschlossenen Eisen der Magnete. In diesen Spalt wird ein Eisenstück hineingezogen, das an einer Feder schwingen kann. An seiner Bewegung nehmen zwei senkrecht angesetzte, der Grundplatte parallele Stahlstifte teil, die kreuzförmig übereinander ragen. Der untere, in Fig. 1 linke Stift ist schräg angeschliffen und hochglanz poliert, der andere ist mit Mattlack geschwärzt. Seitlich auffallendes Licht wird nach oben reflektiert und ein von hier blickendes Auge (vgl. Fig. 2) sieht in diesem Lichte den unteren Stift als helle Linie, die an der Stelle des oberen Stiftes durch eine Lücke unterbrochen ist. Schwingen die Stifte, so bildet der untere eine leuchtende Fläche, von der sich der Weg der Kreuzungsstelle als dunkle Kurve abhebt.

Sind Strom und Spannung in gleicher Phase — induktionsfreier Widerstand —, so tritt als Schwingungsfigur eine schräge Grade auf (vgl. Fig. 2). Schaltet man induktiven Widerstand hinzu — etwa durch Eintauchen eines Eisenkerns in eine Spule — und entsprechend induktionsfreien Widerstand aus, so öffnet sich der Strich zu einer Ellipse und geht schließlich bei richtiger Bemessung der Amplituden in einen Kreis über.

Die Spannungsspule gibt bei 30 Volt und 0,08 Ampere kräftige Amplitude — für höhere Spannung ist Vorschaltwiderstand zweckmäßig —, die Stromspule bei etwa 1 Ampere. Wegen der geringen notwendigen Stromstärke ist es daher auch möglich, Strom und Spannung an einem Kondensator zu zeigen (es ist eine Kapazität von 10 bis 20 Mikrofarad erforderlich). Ebenso läßt sich auch das Verhalten des Transformators bei verschiedener Belastung demonstrieren. Stehen zwei Wechselstromquellen zur Verfügung, so kann der Apparat als Phasendifferenzanzeiger dienen.

Um genügende Amplituden zu erzielen, ist es erforderlich, daß die Eigenschwingung der Federn nicht zu weit entfernt ist von der Periode des Wechselstroms. Durch Verschiebung der kleinen Laufgewichte ist es leicht, die Schwingung der Federn entsprechend einzustellen, sie liegt zweckmäßig oberhalb der Wechselstromperiode und muß für beide Federn angenähert gleich sein, was leicht zu ermitteln ist durch freies Schwingen der Federn nach Anstoßen mit dem Finger: die auftretende Schwingungsfigur muß während des Abklingens stehen bleiben.

Wird der untere Stahlstift von der Seite vom Licht einer Bogenlampe mit Kondensor beleuchtet, so wirft er so viel Licht nach vorn, daß durch ein Projektionsobjektiv genügend Licht gesammelt wird für eine Abbildung der Schwingungsfigur auf einem mehrere Meter entfernten Schirm, so daß sie einem größeren Auditorium sichtbar gemacht werden kann (vgl. die beiden photographischen Aufnahmen Fig. 3 und 4).

Da die Schwingung der Federn durch die Wirkung der Magnete auf den massiven Eisenkern ziemlich kräftig elektromagnetisch gedämpft ist, so ist die Resonanzkurve nicht zu steil, andererseits kann man aber durch Änderung der Tourenzahl der Wechselstrommaschine den Resonanzpunkt passieren und die aus der Theorie der erzwungenen Schwingungen bekannten Phasenverschiebungen beim Durchgang durch den Resonanzpunkt anschaulich machen.

Königsberg, im November 1911.

(Eingegangen 26. November 1911.)

Die Erzeugung kathodenstrahlartiger Sekundärstrahlen durch Röntgenstrahlen.

(Eine kurze Darlegung der Geschichte der Entdeckung.)

Von E. Dorn.

Mehrfach sind mir in der Literatur Stellen begegnet, wo die Entdeckung der im Titel genannten Strahlen den Herren Curie und Sagnac allein zugeschrieben wird; an andern wird mein Anteil unzutreffend dargestellt[1]).

Der Grund hierfür ist augenscheinlich, daß die meisten Physiker nur meine zweite, vollständigere Veröffentlichung in dem Livre jubilaire dédié à H. A. Lorentz (11. Dez. 1900) kennen, obwohl dort (S. 605) auf meinen Vortrag vom 20. Januar 1900 in der Naturforschenden Gesellschaft zu Halle hingewiesen ist, der sehr

1) Auf die Angabe von Belegstellen verzichte ich absichtlich.

bald danach in den Abhandlungen dieser Gesellschaft (Bd. 22, S. 40ff.) gedruckt wurde.

Hieraus nehme ich Veranlassung, die Geschichte der Entdeckung kurz darzulegen.

Der experimentelle Nachweis, daß unter den durch Röntgenstrahlen erregten Sekundärstrahlen sich auch solche befinden, welche durch ein Magnetfeld wie Kathodenstrahlen abgelenkt werden, ist zuerst von mir erbracht und veröffentlicht (s. o.) worden.

Da ich zu meinen Versuchen durch die Arbeiten von Herrn Sagnac angeregt war, teilte ich ihm das Ergebnis unter dem 14. Januar 1900 brieflich mit.

Herr Sagnac schrieb mir hierauf, daß er schon früher die Absicht geäußert habe, die Sekundärstrahlen der Wirkung eines Magnets zu unterwerfen, und verwies bezüglich dieser Absicht auf Éclairage électrique 12. März 1898. Von dieser Äußerung habe ich erst durch den Brief des Herrn Sagnac Kenntnis erhalten.

Eine Veröffentlichung über die Ausführung derartiger Versuche vor dem 20. Januar 1900 durch Herrn Sagnac oder andere habe ich trotz eifrigen Suchens nicht gefunden.

Übrigens bewegten sich meine eigenen Versuche zunächst in einer ganz andern Richtung, und erst die auffälligen Photogramme führten zur Entdeckung.

Daß Strahlen, welche wie Kathodenstrahlen abgelenkt werden, negative Ladung führen, war nach den Versuchen von Herrn Perrin[1]) zu erwarten und wurde von Herrn Curie und Sagnac[2]) durch den Versuch festgestellt.

In einer Anmerkung am Schluß der betr. Mitteilung (S. 1016) zitieren die Verfasser meine Entdeckung mit den Worten:

Mr. E. Dorn a annoncé que les rayons sécondaires des metaux lourds sont déviés par le champ magnétique et dans le même sens que les rayons cathodiques (Abhand. d. Naturf. Gesell. zu Halle. Bd. XXII, p. 40—42; 1900).

L'un de nous avait antérieurement émis l'opinion[1]) que les rayons sécondaires très absorbables des métaux lourds peuvent[3]) renfermer des rayons analogues à ceux de Lenard et déviables comme eux par l'aimant (l'Eclairage électrique du 12 mars 1898).

Diese Anmerkung, in welcher die Verfasser meine Priorität bezüglich des Nachweises der Ablenkung durch den Magnet anerkennen, scheint vielfach übersehen zu sein.

1) Perrin, Comptes rendus **121**, 1130, 1895.
2) Curie et Sagnac, Comptes rendus **130**, 1013, 9. April 1900.
3) Im Original nicht gesperrt.

Im Laufe des Jahres 1900 habe ich dann noch die im „Livre jubilaire" enthaltenen quantitativen Messungen und weitere Versuche zur Sicherung meiner Ergebnisse angestellt.

Hiermit hoffe ich den Sachverhalt einwandfrei dargelegt zu haben.

Halle a. S., Physikalisches Institut, 14. Nov. 1911.

(Eingegangen 16. November 1911.)

Kritische Bemerkung zu der Arbeit des Herrn Steubing über die strahlende Emission seitens des Funkens.

(Criticism of Herr Steubing's work on the radiant emission from the spark.)

Von R. W. Wood.

(Mit Tafel III.)

Herr Steubing hat in dieser Zeitschrift[1]) die Ergebnisse einiger Untersuchungen veröffentlicht, die im wesentlichen eine Wiederholung meiner Untersuchung über die Erscheinung sind, die nach meiner Ansicht eine neue strahlende Emission seitens des elektrischen Funkens ist. Herr Steubing gelangt zu dem Schlusse, daß wir es einfach mit dem Licht des Funkens zu tun haben, das von kleinen Metallteilchen zerstreut worden ist, die der Funke ausgeschleudert hat. Daß dies nicht der Fall ist, geht nicht nur aus den meiner Arbeit beigefügten photographischen Aufnahmen hervor, sondern auch aus denen, die Herr Steubing erhalten hat. Wenn Herr Steubing meine Arbeit[2]) zur Hand nehmen und die Fig. 2*g* betrachten wird, so wird er sehen, daß das Spektrum der Emission (das untere Spektrum) aus den beiden (sogenannten) starken Wasserbanden und zwei Stickstoffbanden besteht, die als schwache Linien links von der stärkeren Wasserbande erscheinen. Es ist durchaus keinerlei Spur irgendeiner der Aluminiumlinien vorhanden, die in dem mittleren Spektrum zu sehen sind, das von einem unter genau ähnlichen Bedingungen erzeugten Aluminiumfunken herrührt. Die Aufnahme *c* zeigt dasselbe; hier ist die horizontale Lichtlinie das Spektrum des Lichtes, das an den Kanten der Öffnung reflektiert worden ist, aus der die Emission hervorschoß, während die leuchtende Wolke in der Mitte das Bild der leuchtenden Gasmasse oberhalb der Öffnung ist, die nur ultraviolettes Licht aussendet.

Wir wollen nun auf die Aufnahmen des Herrn Steubing eingehen: Fig. 4*b* auf Taf. XII ist das Spektrum der Emission und *f* das des Funkens in Luft, das nach Herrn Steubings

1) Diese Zeitschr. **12**, 626, 1911.
2) Diese Zeitschr. **11**, 823, 1910.

Aussage mit dem der Emission identisch ist, wonach die Emission dann nichts anderes wäre als zerstreutes Funkenlicht. Ich möchte an Herrn Steubing die Frage richten, was aus der sehr starken Aluminiumlinie geworden ist, die in Fig. 4*f* bei weitem die stärkste Linie ist und in Fig. 4*b* überhaupt nicht erscheint. Daß der Metallstab es versäumt hat, das Licht zu zerstreuen, das diese Linie liefert, muß ein Versehen auf seiten des Staubes gewesen sein! Es ist eine ganz bekannte Tatsache, daß die Wasserbanden im Spektrum des Funkens auftreten, obschon sie für gewöhnlich so schwach sind, daß sie nur unter besonderen Bedingungen erscheinen. Ich zweifle keineswegs daran, daß ihr Vorhandensein im Funken und in dem Gebiete in der Umgebung des Funkens derselben Ursache zuzuschreiben ist, was auch immer diese Ursache sein mag. Die beiden dieser Bemerkung beigegebenen Photogramme tun überzeugend dar, daß die leuchtende Emission kein zerstreutes Funkenlicht ist. In diesem Falle wurde die Emission in freier Zimmerluft aufgenommen, also nicht auf eine kleine Kammer beschränkt. Ein Objektivprisma aus Quarz wurde vor die Quarzlinse gestellt, so daß die monochromatischen Komponenten der Emission erhalten wurden. Die obere Aufnahme (1)[1]) wurde mit einer Exposition von zehn Minuten erhalten und zeigt die — durch einen Pfeil bezeichnete — starke Wasserbande der Emission. Bei der unteren Aufnahme (2) waren die Bedingungen durchaus unverändert, abgesehen davon, daß Rauch über die Öffnung geblasen und die Expositionszeit auf zehn Sekunden vermindert wurde. Hier haben wir das zerstreute Funkenlicht, und eine der Linien fällt mit der Wasserbande zusammen, liefert aber ein viel schmaleres Bild der Emission, als zu erwarten war.

Das Einzige, was ich in Herrn Steubings Arbeit nicht zu verstehen vermag, ist, daß es ihm nicht gelungen ist, die Wasserbanden in der Emission mit dem „gewöhnlichen kondensierten Funken", wie er es nennt, zu erhalten. Mir ist es nie mißlungen, sie zu erhalten, und ich setze die Stromstärke in der Primärspule des Induktors stets so weit herab, bis das Potential eben noch hinreicht, um die Entladung hervorzubringen. Ich denke mir, daß die Banden in diesem Falle nicht erschienen sind, rührt von dem Umstande her, daß so viel Metallstaub vorhanden war, daß das zerstreute Funkenlicht das von der Emission erzeugte Licht bei weitem überwog.

Ich habe in ein bis zwei Tagen das Spektrum der Emission durchaus frei von jeglichen Metallinien des Funkens erhalten, während das bei direkter Exposition erhaltene Spektrum desselben Funkens keine Spur der Banden zeigte, die das Spektrum der Emission ausmachten. Falls Herr Steubing noch der Meinung ist, daß die Emission nichts weiter ist als zerstreutes Funkenlicht, so empfehle ich ihm, folgenden Versuch zu wiederholen: Ein kleines Kupferblech wird vor dem Spalt des Spektrographen in solcher Stellung angebracht, daß sein oberer Rand ein paar Millimeter über der Oberkante des Spaltes liegt, und daß es ungefähr 10 mm vor dem Spalt steht; die Ebene der Kupferplatte steht dabei vertikal. Die andere Elektrode liefert Funken gegen die Rückseite der Kupferplatte, und zwar so nahe an deren Oberkante, wie es möglich ist, ohne daß einige von ihnen so weit überspringen, daß ihr direktes Licht in das Instrument eindringt. Ich benutzte einen Induktor, der einen Funken von 20 cm lieferte, mit genügender Kapazität, um die Funkenlänge auf 3 bis 4 mm herabzusetzen. Das Spektrum, das ich auf diese Weise bei einer Expositionszeit von einer halben Stunde mit einem kleinen Quarzspektrographen von Fueß erhalten habe, dessen Spalt bis auf etwa 0,1 mm geöffnet war, zeigt nichts als die sogenannten Wasserbanden nebst einer Spur von den schmäleren Stickstoffbanden. Läßt man einen Strom von CO über das Gebiet oberhalb des Funkens hinstreichen, so erhält man eine ganz andere Bande von viel geringerer Brechbarkeit.

Eine auf diese Weise hergestellte Aufnahme ist in Fig. 3 wiedergegeben. Das Spektrum *a* ist das der Emission; es zeigt nur die hellste Wasserbande. Die Punkte am unteren Rande rühren daher, daß gelegentlich winzige Funken an den Rand der Metallplatte sprangen. Das Spektrum *b* wurde mit derselben Funkenentladung, ohne irgendwelche Veränderung an der Apparatur, aufgenommen, nur wurde Rauch über den Spalt hinweggeblasen, um eine Zerstreuung des Funkenlichtes herbeizuführen. Man wird bemerken, daß in dieser Aufnahme keine Spur von der Wasserbande zu sehen ist, die in dem oberen Spektrum das Einzige ist, was man sieht. Ich glaube selbst nicht, daß diese Banden von Wasserdampf herrühren, doch erwarte ich, zu irgendeinem Schlusse hierüber zu gelangen, sobald einige gegenwärtig im Gange befindliche Versuche beendet sein werden.

Was die anderen Versuche des Herrn Steubing betrifft, wie den Versuch, bei dem er die Öffnung mit einer Glasplatte bedeckte und dann Metalldampf in die Kammer blies, so zeigen sie nichts anderes, als was man ohne Versuch von vornherein hätte voraussehen können. Der

1) Die Figuren 1—3 befinden sich auf Tafel III.

Polarisationsversuch zeigt überhaupt nichts: der Kanadabalsam, mit dem die beiden Hälften des Nicols zusammengekittet sind, ist für ultraviolettes Licht vollkommen undurchlässig und läßt nur die längeren Wellen hindurch, die von den Metallteilchen, die zugegen gewesen sein müssen, zerstreut werden. Ich habe im vorigen Jahre das Licht der Emission mit einem Doppelbildprisma aus Quarz untersucht, das mit Glyzerin gekittet war, und habe gefunden, daß die beiden Bilder dieselbe Intensität hatten, ein Zeichen dafür, daß keine Polarisation vorlag. Kurzum: Herr Steubing hat in den meisten Fällen überhaupt nicht mit der Emission gearbeitet.

Im letzten Winter habe ich in Gemeinschaft mit Herrn Hemsalech an der Sorbonne eine große Anzahl von Versuchen über die Emission angestellt, und wir haben eine Reihe neuer und sehr merkwürdiger Effekte gefunden, aus denen unter anderem hervorgeht, daß die Wellenlänge des emittierten Lichtes allerdings von der Natur des Gases abhängig ist, in welches die Emission getrieben wird. Daß es Herrn Steubing nicht gelungen ist, die Emission zu erhalten, wenn er einen starken Luftstrom durch die Kammer seines Apparates trieb, das beruhte nicht auf der Entfernung des Metallstaubes, sondern auf einem eigentümlichen Verhalten der Emission beim Durchgange durch eine in Bewegung befindliche Gasmasse, das Herr Hemsalech und ich entdeckt haben und in unserer demnächst erscheinenden Arbeit ausführlich erörtern werden.

Es war meine Absicht gewesen, einige kritische Bemerkungen zu den Ansichten des Herrn Steubing über die von ihm angenommene Fluoreszenz des Sauerstoffs zu machen, doch scheint Herr Prof. Kayser dies besorgt zu haben.

Ich möchte übrigens bei dieser Gelegenheit auf die Ansprüche des Herrn Steubing hinsichtlich seiner Entdeckung beim Quecksilber hinweisen, obschon ich seinerzeit beschlossen hatte, die Angelegenheit unerörtert zu lassen. Ich habe im Juli 1909 in dieser Zeitschrift[1]) die Ergebnisse einer sehr eingehenden Untersuchung der optischen Eigenschaften des Quecksilberdampfes veröffentlicht und reich durch photographische Aufnahmen illustriert, die sich Herr Steubing anscheinend nicht die Mühe genommen hat, mit seinen eigenen zu vergleichen. Zunächst behauptet Herr Steubing, es sei mir nicht gelungen, die ultraviolette Bande zu entdecken, weil meine Beobachtungen auf das Spektralgebiet oberhalb 2400 Å.-E. beschränkt gewesen seien. Meine sämtlichen Photogramme haben das Spektrum bis hinunter zu der Kadmiumlinie 2147 Å.-E. aufgezeichnet, wie aus Fig. 1 auf Taf. V hervorgeht. Überdies habe ich die in Rede stehende ultraviolette Bande im Absorptionsspektrum gefunden und die Wellenlängen der ersten vier Linien angegeben. Es heißt in meiner Arbeit: „Sie bilden eine Serie, deren Haupt nach dem sichtbaren Spektrum hin gerichtet ist. . . . Sie nehmen mit abnehmender Wellenlänge an Intensität ab und liegen enger zusammen, ähnlich einer Balmerschen Serie in ganz kleinem Maßstabe. Die Wellenlängen . . . sind 2346,1, 2339,4, 2334,4 und 2331,2 Å.-E. Sie sind in den Fig. 1 und 2 zu sehen[1]). Vier Monate nach der Veröffentlichung dieser Arbeit erschien die Arbeit des Herrn Steubing[2]), in der er auf meine Arbeit Bezug nimmt und dann auf Seite 790 sagt: „. . . es handelte sich nur um Aufsuchung der gekoppelten kurzwelligen Bande, die nach der Berechnung oberhalb λ 179 liegen mußte." Herr Steubing sagt dann weiter, er habe die Existenz einer solchen Bande durch Aufnahme einer Reihe von Photogrammen des Absorptionsspektrums bei allmählich steigendem Dampfdruck festgestellt. Fig. 2 seiner Arbeit veranschaulicht diese Entdeckung, aber leider nicht ganz so gut wie die Fig. 1 meiner vier Monate früher erschienenen Arbeit. Trotzdem meine Arbeit vorlag, die ihm als Führer dienen konnte, gelang es ihm nicht, die bei 2346 Å.-E. beginnende Serie von Linien zu finden. Was die an derselben Stelle beginnende Fluoreszenzbande angeht, so habe ich niemals die leiseste Spur von ihr erhalten, obschon ich viele Photogramme der von dem Aluminiumfunken erregten Fluoreszenz mit Quecksilberdampf von allen möglichen Dichten aufgenommen habe.

Ich möchte nicht so verstanden werden, als wolle ich die Existenz dieser ultravioletten Fluoreszenzbande bestreiten, weil es mir selbst nicht gelungen ist, sie zu finden. Ich meine nämlich, man soll seiner eigenen Geschicklichkeit im Experimentieren sehr sicher sein, ehe man versucht, die von anderen Forschern gewonnenen Ergebnisse anzuzweifeln. Ich bitte auch nur um einen ausführlicheren Bericht über die genauen Bedingungen, unter denen die Bande erhalten wurde, und möchte nur fragen, ob sie jemals wieder mit einer anderen Quarzröhre und einer anderen Probe Quecksilber oder von irgendeinem anderen Forscher erhalten worden ist, denn ich bin sehr begierig, zu erfahren, durch welchen Zufall ich sie auf meinen sämtlichen Platten vermisse.

1) Diese Zeitschr. 10, 466, 1909.

1) a. a. O., S. 466, Spalte 2.
2) Diese Zeitschr. 10, 787, 1909.

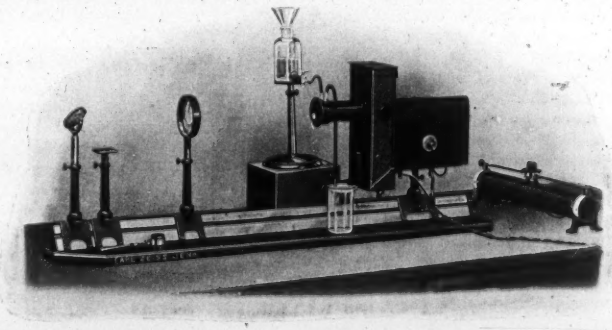
(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 25. Oktober 1911.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 83. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KARLSRUHE.

H. Lehmann (Jena), Lumineszenzanalyse mittels der *UV*-Filterlampe.

Nachdem der Vortragende auf der vorjährigen Versammlung in Königsberg ein neues Lichtfilter für ultraviolette Strahlen in Verbindung mit dem entsprechend eingerichteten Projektionsapparat des Zeißwerkes in Jena demonstriert hatte[1]), wird in diesem Jahre ein besonders für dieses Filter konstruierter kleiner Apparat, die *UV*-Filterlampe, vorgeführt. Dieser Apparat besteht in der Hauptsache, wie die hier beigefügte Abbildung zeigt, aus einer



kleinen Bogenlampe mit Handregulierung, die unter Verwendung der käuflichen „Eisenlichtkohlen" mit einer Stromstärke von 3—10 Ampere benutzt werden kann. Sie kann also an gewöhnliche Lichtleitungen angeschlossen werden. Die Kohlen stehen rechtwinklig zueinander, und die positive Kohle liegt in der optischen Achse, wodurch die Energie gut ausgenutzt wird. Das ziemlich lichtdichte und kompendiöse Gehäuse der Lampe trägt einen ausziehbaren Tubus, an dem ein lichtstarker Kondensor aus Quarz und das *UV*-Filter von 40 mm Durchmesser sitzen. Die Lampe kann auf einem Dreifuß befestigt oder auch mittels Reiter auf eine optische Bank gesetzt werden. Auf letzterer kann noch eine Sammellinse aus Quarz oder *UV*-Kronglas in einiger Entfernung von der Lampe aufgestellt werden, welche die Strahlen auf eine kleine Fläche konzentriert. Das Ende der optischen Bank trägt ein kleines Präparatentischchen und eventuell eine Spiegelvorrichtung, welche die Strahlen von oben her auf das Tischchen wirft, damit man die zu untersuchenden Substanzen bequem auch mit der Lupe oder mit dem Mikroskop beobachten kann[1]). Wird die Lampe mit mehr als 5 Ampere benutzt, so ist eine Kühlvorrichtung für das Filter nötig. Als Kühlflüssigkeit dient die eine der 3 Filterkomponenten, die Kupfersulfatlösung, welche aus einer seitlich auf einem Stativ stehenden Vorratsflasche durch das Filter hindurchläuft[2]).

Die Leistungsfähigkeit der Lampe wurde an einigen Beispielen gezeigt: an blaufluoreszierendem Flusspat, grünleuchtendem Uranglas und rotleuchtendem Rubin. Sodann wurden einige organische Substanzen aus der aromatischen Reihe in den Strahlengang gebracht, die Herr Prof. Goldstein-Berlin dem Vortragenden

1) H. Lehmann, Über ein neues Filter für ultraviolette Strahlen. Verhandl. d. Deutsch. Phys. Ges. **12**, Nr. 21, 1910; diese Zeitschr. **11**, 1039, 1910.

1) Eine noch geeignetere „Dunkelfeldbeleuchtung" mit ultravioletttem Licht erhält man bei Verwendung eines Quarzkondensors mit der bekannten Zentralblende, oder auch mit dem Spiegelkondensor aus Quarz. Die zuletzt genannte Methode ist schon 1908 gelegentlich eines Ferienkurses über wissenschaftliche Mikroskopie im botanischen Institut der Universität Wien von den Herren A. Köhler und H. Siedentopf demonstriert worden. Später hat Herr H. Stübel (vgl. seine Abhandlung „Die Fluoreszenz tierischer Gewebe im ultravioletten Licht." Archiv f. d. ges. Physiologie **142**) unter Benutzung dieser Methode Infusorien untersucht. Als Lichtquelle hatte er die hier beschriebene Lampe benutzt. Auf der Naturforscherversammlung in Karlsruhe hat Herr C. Reichert (Wien) dieselbe Anordnung als neu beschrieben. Er gebrauchte ebenfalls Eisenlichtkohlen und das Lichtfilter, die in der vorliegenden Arbeit beschrieben sind. (Vergl. C. Reichert, „Das Fluoreszenzmikroskop", diese Zeitschrift **12**, 1010, 1911.)

2) Näheres über die *UV*-Filterlampe ist zu ersehen in der Zeitschr. für Instrumentenkunde, Jahrg. 1912.

freundlichst zur Verfügung gestellt hatte. Diese Körper leuchten blau, gelb oder grün. Um die von Herrn Goldstein entdeckten interessanten diskontinuierlichen Lumineszenzspektren[1]) schärfer hervortreten zu lassen, wurden die in Röhrchen aus UV-Glas eingeschmolzenen Substanzen in flüssiger Luft abgekühlt, die sich in einem kleinen Dewargefäß aus UV-Glas befand, das die ultravioletten Strahlen bekanntlich gut durchläßt. Es wurden gezeigt: Die Vorspektra von Fluoren, Xanthon und Benzil, das Lösungsspektrum von einer Lösung von Chrysen in Chrysogen, das Hauptspektrum der Cuminsäure, das durch drei scharfe grüne Banden charakterisiert ist; ferner das kontinuierliche Vorspektrum der frischen Orthotoluylsäure, und das diskontinuierliche Hauptspektrum derselben Substanz, die aber vorher Kathodenstrahlen ausgesetzt worden war; und schließlich das Hauptspektrum des Azenaphthens, das eine gelbe Doppellinie zeigt.

Zur Beobachtung der Lumineszenzspektra diente ein neues, einfaches und billiges Spektroskop, das sogenannte Fernspektroskop nach H. Lehmann (D. R. P. angemeldet), wovon eine größere Anzahl (60 Stück) im Auditorium verteilt wurde. Dieses vom Zeißwerk hergestellte, äußerst lichtstarke Spektroskop ermöglicht die spektroskopische Beobachtung entfernter Lichtquellen, die ziemlich schwach sein können. Als Prüfungsobjekt für die Leistungsfähigkeit und zur Einstellung des Fernspektroskopes dienten elektrische Funken, die zwischen Eisenelektroden übersprangen. Das Spektroskop wird als Fernspektroskop ganz ohne Spalt benutzt. Zwei Zylinderlinsen, von denen die eine zur Einstellung dient, erzeugen auf der Netzhaut des Auges von einem entfernten Punkt ein haarscharfes Spektrum. Zur Beobachtung von ausgedehnten Lichtquellen, z. B. des Himmelslichtes, wird auf das Spektroskop ein einfacher, fester Spalt aufgesteckt und die eine Zylinderlinse durch ein gewöhnliches Dioptrienglas ersetzt[2]).

Wie aus obigem hervorgeht, kann die Lumineszenzanalyse auf zweierlei Arten ausgeübt werden: einmal kann das Lumineszenzlicht und die Farbe desselben als Kriterium dienen, auch die lokale Verteilung der Lichterscheinung am Präparat, sei es nun, daß man mit dem unbewaffneten Auge, oder mit Lupe oder Mikroskop beobachtet. Auf diese Weise können Fälschungen und Spuren von Verunreinigungen erkannt werden, wie der Vortragende z. B. an Bernstein, an der Pottasche, Ölen usw. gezeigt hat. Unter Verwendung von geeigneten Photometern ließen sich so auch quantitative Analysen ausführen. Diese einfache Methode, die Beobachtung des Auftretens einer Lichterscheinung unter der Wirkung der unsichtbaren ultravioletten Bestrahlung mittels des neuen UV-Filters, ist wissenschaftlich[1]) und technisch bereits mehrfach mit gutem Erfolg in Anwendung gekommen. Ferner aber lassen viele dieser Lumineszenzerscheinungen mit Hilfe des Spektroskopes diskontinuierliche Spektra erkennen, die teils über ihre Zusammensetzung und Konstitution, teils über ihren Reinheitsgrad Aufschluß geben.

1) E. Goldstein, Über die Untersuchung der Emissionsspektra fester aromatischer Substanzen mit dem Ultraviolettfilter. Diese Zeitschr. **12**, 614—620, 1911.

2) Näheres über das Fernspektroskop ist zu ersehen in der Zeitschr. für Instrumentenkunde, Jahrg. 1912.

1) z. B. H. Stübel, Die Fluoreszenz tierischer Gewebe im ultravioletten Licht. Archiv für die ges. Physiologie Bd. 142.

(Eingegangen 4. Dezember 1911.)

E. F. Huth (Berlin), Ein direkt zeigender Wellenmesser etc. (Mit Tafel IV—VI.)

Die gebräuchlichen Wellenmesser beruhen auf dem Resonanzprinzip. Bei ihnen wird die Größe der Kapazität oder Selbstinduktion eines Schwingungskreises allmählich so lange geändert, bis ein in den Kreis eingeschalteter Indikator ein Maximum der elektrischen Strömung anzeigt. Da für jede Einstellung des Meßkreises seine Frequenz und damit die Wellenlänge bekannt ist, so ist nach Feststellung der Resonanzlage auch die Wellenlänge des untersuchten Kreises bestimmt. Die Feststellung der Wellenlänge erfolgt somit in jedem einzelnen Falle durch das Aufsuchen der Resonanzlage des Meßkreises.

Der neue Wellenmesser beruht ebenfalls auf dem Resonanzprinzip. Bei ihm ist aber ein Aufsuchen der Resonanzlage nicht nötig. Die Feststellung der Wellenlänge bzw. der Frequenz eines elektrischen Schwingungskreises erfolgt bei ihm direkt durch Ablesung, wie es ähnlich bei anderen Meßinstrumenten, z. B. Voltmetern, der Fall ist.

Eine schematische Darstellung des Wellenmessers zeigt Fig. 1[1]) und 2. C ist ein stetig regelbarer Kondensator. L ist eine Selbstinduktion, welche ebenfalls regelbar sein kann und A ein mit Neon oder Helium gefülltes Glasröhrchen, welches parallel zur Selbstinduktion oder zur Kapazität liegt und das Maximum der elektrischen Spannung im Wellenmesserkreise, d. h. die Resonanzlage durch Aufleuchten anzeigt. Eine von den die Frequenz des Schwingungskreises bestimmenden Größen, im vorliegenden Falle die Kapazität, wird von einem Uhrwerk oder einem kleinen Elektromotor M

1) Die Figuren befinden sich auf den Tafeln IV—VI.

in rasche Umdrehungen versetzt, so daß sie kontinuierlich und periodisch den Bereich zwischen ihrem kleinsten und ihrem größten Wert durchläuft. Infolgedessen wird bei jeder Umdrehung die Resonanzlage passiert und die Leuchtröhre zum Ansprechen gebracht. Da dies immer an der gleichen Stelle vor sich geht, so wird die Resonanzlage durch einen dünnen leuchtenden Strich markiert. Rotiert die Leuchtröhre über einer in Wellenlängen geeichten Skala *B*, so kann die Wellenlänge bzw. Frequenz direkt abgelesen werden.

Der Vorteil dieses Verfahrens besteht nicht nur in der unmittelbar vorzunehmenden Ablesung der Wellenlänge, sondern auch darin, daß diese Ablesung genauer ist als nach der sonst üblichen Methode. Die Erregung von Kreisen, deren Wellenlängen bestimmt werden sollen, ist immer gewissen Schwankungen unterworfen und die Einstellung auf Resonanz etwas Subjektives. Verschiedene Beobachter finden auch meistens verschiedene Resonanzlagen. Bei dem direkt zeigenden Wellenmesser ist diese Fehlerquelle vermieden; es findet gewissermaßen automatisch eine Ablesung des Durchschnitts einer sehr großen Zahl von Einstellungen statt, z. B. 25 Ablesungen in 5 Sekunden bei einer Tourenzahl von 300. Etwa vorhandene Schwankungen in der Intensität der Erregung haben keinen Einfluß auf die Resonanzlage, sondern nur auf die Helligkeit des leuchtenden Zeigers, etwa vorhandene Schwankungen der Wellenlänge äußern sich in einer Verbreiterung des Zeigers.

Der Wellenmesser wird in zwei Ausführungsformen gebaut. Die eine Bauart wird durch Fig. 3 wiedergegeben. Bei ihr ist Wellenmesser und Motor in einer Gabel nach allen Richtungen beweglich gelagert. Diese Wellenmessertype ist leicht transportabel und dient hauptsächlich Demonstrations- und Laboratoriumszwecken.

Die andere Bauart zeigt Fig. 4. Die Achse des Wellenmessers ist horizontal, er wird fest an der Wand oder an einer Schalttafel installiert. Die Ausschläge werden an einer vertikal gestellten Skala abgelesen, wie bei allen anderen technischen Meßinstrumenten. Von diesen unterscheidet er sich auch, was die äußeren Abmessungen anbetrifft, nur wenig. Der schmale weithin sichtbare Lichtzeiger ist auf der Figur bei der Wellenlänge 2600 m deutlich zu erkennen.

Die transportable Form des Wellenmessers hat einen Meßbereich von 500—2200 m, die stationäre besitzt zwei Meßbereiche von 500 bis 1200 m und von 1200—3000 m. Der Übergang von einem Meßbereich auf den anderen wird aber nicht, wie sonst üblich, durch Verwendung einer zweiten Kopplungsspule, sondern dadurch erreicht, daß die Kapazität durch Zu- bzw. Abschalten von Platten in ihrer Größe geändert wird. Dieses Zu- und Abschalten geschieht automatisch, indem durch Drehen des im Zentrum des Wellenmessers befindlichen Hartgummiknopfs um 180° die Wellenskala von 500—1200 m durch die andere von 1200 bis 3000 m ersetzt wird. Infolgedessen bedarf man nur einer Kopplungsspule, welche ständig mit dem Wellenmesser verbunden ist. Dies hat den Vorteil, daß man in kürzester Zeit den gesamten Meßbereich des Wellenmessers bestreichen und eine unbekannte Welle außerordentlich rasch messen kann.

Der Energieverbrauch des Wellenmessers ist wesentlich geringer als der von Wellenmessern mit Hitzdrahtinstrumenten. Dies rührt daher, daß die an und für sich schon hochempfindliche Heliumröhre nur während des Passierens der Resonanzlage, d. h. Bruchteile von Sekunden, Energie verzehrt. Man ist daher in der Lage, mit dem neuen Wellenmesser bei wesentlich loseren Kopplungen zu arbeiten, als bei den indirekt zeigenden Wellenmessern. Hierdurch steigt die Genauigkeit der Messungen, weil die Rückwirkung auf den zu untersuchenden Kreis gegenüber Wellenmessern mit Hitzdrahtinstrumenten erheblich kleiner ist.

Durch einfaches Abschalten des Kondensators läßt sich der Wellenmesser in einen sogenannten Schwingungskontroller verwandeln. Er kontrolliert dann nicht mehr die Konstanz der Wellenlänge, sondern die Intensität der Schwingungen und deren Reinheit. Auch in dieser Form leistet das Instrument auf Stationen und besonders für experimentelle Zwecke wertvolle Dienste.

Eine besondere Bedeutung hat der Wellenmesser auch für die Zwecke der Demonstration. Die Abhängigkeit der Wellenlänge von Kapazität und Selbstinduktion kann man in den größten Hörsälen zeigen. Ändert man beispielsweise die Kapazität eines Schwingungskreises kontinuierlich, so wandert entsprechend der Änderung der Wellenlänge der Lichtzeiger über die Skala des Wellenmessers.

Ein einfacher Empfangsapparat speziell zur Aufnahme des Zeitsignals.

Die Station für drahtlose Telegraphie in Norddeich sendet mittags und mitternachts eine bestimmte Gruppe von Zeichen. Das letzte dieser Zeichen gibt genau die Zeit „1 Uhr mittags“ bzw. „1 Uhr mitternachts“. Ebenso werden von der Station Eiffelturm in Paris Zeitsignale, am Vormittag um 10^{45}, 10^{47} und um

10^{49}, am Abend um 11^{45}, um 11^{47} und 11^{49} gegeben. Um diese Zeitsignale bequem aufnehmen zu können, sind zwei Typen von einfachen Empfangsapparaten konstruiert worden.

Die kleinere Type, welche in Fig. 5 abgebildet ist, besteht aus einem Kasten von 130 × 280 mm Grundfläche und 150 mm Höhe. An einer Hartgummiplatte sind Abstimmspule und Detektor befestigt. Die Zeichen werden mit einem Doppelkopftelephon von hohem Widerstand abgehört. Die Abstimmung auf die ankommende Welle wird durch Bewegen eines Schiebers über eine Skala hergestellt. Als Detektor kommt eine Thermokombination zur Verwendung. Die Empfindlichkeit des Detektors kann man durch Drehen einer Schraube ändern. Durch einen Anschlag ist dafür gesorgt, daß nur eine Umdrehung der Schraube möglich ist. Der Detektor ist von vornherein so eingestellt, daß innerhalb dieser einen Umdrehung das Optimum der Empfindlichkeit des Detektors liegt. Diese Einrichtung hat den Vorteil, daß die beste Einstellung rasch gefunden wird, und daß es nicht möglich ist, durch zu festes Gegeneinanderschrauben die wellenempfindlichen Kontakte zu zerstören. Das Gewicht der Station beträgt 2,4 kg.

Die größere Type zeigt Fig. 6. Sie ist in einen Kasten von 180 × 270 mm Grundfläche und 260 mm Höhe eingebaut. Die Abstimmung erfolgt wie bei der kleineren Type. Der Apparat besitzt zwei Thermodetektoren. Beide Detektoren können abwechselnd durch einen Kippschalter verwendet werden, so daß, falls einer versagen sollte, der andere immer zur Verfügung steht.

Außerdem besitzt der Apparat einen kleinen tönenden Sender, welcher eine Wellenlänge von 2000 m aussendet, so wie die Station Norddeich. Infolgedessen ist man in der Lage, schon vorher die Abstimmung herstellen zu können und sich rechtzeitig empfangsbereit zu machen.

Der kleine Sender bietet ferner den Vorteil, die Detektoren jederzeit prüfen zu können.

Das Gewicht des Apparats beträgt 5,5 kg.

Beide Typen besitzen seitlich zwei Klemmen. An die obere wird der Luftdraht, an die untere die Erde, am einfachsten die Wasserleitung, angeschlossen. Als Luftleiter genügt ein einfacher Draht, welcher an einer Fahnenstange oder einem anderen hochgelegenen Teil eines Gebäudes isoliert angebracht ist.

Für die Zwecke der Luftschiffahrt ist ein besonders kleiner und leichter Empfangsapparat konstruiert worden. Er ist in Fig. 7 abgebildet. Er besteht aus einem Hartgummikästchen von 35 × 112 × 190 mm Größe. Er besitzt Thermodetektor, Doppelkopftelephon und Abstimmspule, wie die übrigen Apparate.

Sein Wellenlängenbereich beträgt bei einer Antenne von 500 cm Kapazität 300—1100 m, bei einer Antenne von 1000 m Kapazität 450 bis 1500 m.

Sein Gewicht beträgt 0,75 kg. Er läßt sich daher bequem in der Tasche unterbringen.

Für besondere Zwecke lassen sich die Dimensionen des Apparates noch erheblich reduzieren.

Ein neues Saitengalvanometer.

Das Saitengalvanometer unterscheidet sich von den bisher bekannt gewordenen Konstruktionen vor allem durch die Form des Magneten. Nach einem Vorschlage von Herrn F. F. Martens ist dieser als Ringmagnet ausgebildet worden. Fig. 8 zeigt das Galvanometer. In dem Eisenring sind radial die beiden Polschuhe eingesetzt. Die Spulen sind so gewickelt, daß die Windungszahl nach den Flächen der Polschuhe hin zunimmt. Diese Form des Magneten hat ein außerordentlich starkes und homogenes Feld zur Folge, ohne daß es nötig wäre, große Eisenmassen aufzuwenden. Infolgedessen wiegt das gesamte Instrument nur 21 kg. Trotzdem besitzt es die gleiche Leistungsfähigkeit wie die übrigen Konstruktionen, deren Gewicht 100 kg und mehr beträgt. Die Saite besitzt eine Länge von 90 mm. Sie ist in einem Metallgehäuse eingeschlossen, welches in Fig. 9 abgebildet ist. Die Spannung der Saite geschieht durch eine am Kopfe des Einsatzes befindliche Schraube, deren Drehung begrenzt ist, um ein Zerreißen der Saite zu verhüten. Durch das Gehäuse ist die Saite allen Fährlichkeiten beim Transport und beim Gebrauch des Galvanometers entzogen.

Ein weiterer Vorzug des Instruments besteht darin, daß die Saite sich im Schwerpunkt des Galvanometers befindet. Infolgedessen ist sie nahezu unempfindlich gegen die normal auftretenden Erschütterungen. Es ist nicht notwendig, besondere Vorkehrungen bei der Aufstellung des Instruments zu treffen. Man stellt es am besten auf einen mit Gummifüßen versehenen Holzsockel.

Glimmerdrehplattenkondensatoren.

Die allgemein verwendeten Drehplattenkondensatoren bestehen aus einem Paket feststehender, halbkreisförmiger Platten und einem Paket beweglicher, ebenfalls halbkreisförmiger Platten, welche um eine vertikale Achse mehr oder weniger gedreht werden können und dabei zwischen die feststehenden Platten geschoben werden. Bei dieser Konstruktion wird der Raum nur schlecht ausgenutzt. Denn, wenn die be-

weglichen Platten sich vollständig innerhalb der feststehenden Platten befinden, wenn also die Kapazität des Kondensators ein Maximum ist, so ist der zur Verfügung stehende Raum nur zur Hälfte für die Kapazitätsbildung nutzbar gemacht.

Marconi hat einen Kunstgriff angegeben, um den gesamten bei der Drehung des Kondensators bestrichenen Raum mit kapazitätsbildenden Flächen anzufüllen. Er ordnet ein feststehendes Plattensystem, welches aus zwei voneinander isolierten Platten a_1 und a_2 besteht, siehe Fig. 10, über einem beweglichen Plattensystem an, welches ebenfalls aus zwei halbkreisförmigen voneinander isolierten Metallplatten b_1 und b_2 gebildet ist und verbindet die Platte a_1 mit b_1 und a_2 mit b_2. Bringt man die so verbundenen Platten aus der in Fig. 10 dargestellten Lage in die in Fig. 11 dargestellte, indem man sie um 180° dreht, so kommt die Platte b_2 unter die Platte a_1 und die Platte b_1 unter die Platte a_2. Hierdurch steigt die Kapazität von nahezu Null auf einen Wert, welcher der Kapazität der oberen beiden halbkreisförmigen Platten gegen die unteren entspricht.

Dieses Prinzip ist bei den neuen Kondensatoren in der Weise verwendet, daß die feststehenden und die beweglichen Plattenpaare, welche aus Aluminiumblech bestehen, auf kreisrunde Glimmerplatten aufgeklebt sind. Infolgedessen kann man die Platten dicht aufeinander schleifen lassen und die Kapazität noch weiter erhöhen. Man erhält so kontinuierlich regelbare Kapazitäten von erheblicher Größe, ohne daß die Kondensatoren durch ihre äußeren Dimensionen unhandlich werden.

Die Art des Zusammenbaues hat auch noch den Vorteil, die Kondensatoren sehr belastungsfähig zu machen. Die Metallbelegungen besitzen Lappen, welche über den Rand des Glimmers hinausragen. Diese Lappen sind durchbohrt und an Säulen befestigt. Die Säule, welche die Lappen der feststehenden Platten verbindet, ist am Gehäusedeckel des Kondensators befestigt, die Säule, welche die Lappen der beweglichen Platten trägt, steht mit einem ebenfalls am Gehäusedeckel befestigten Drehknopf in Verbindung. Die Drehung der beweglichen Platten geschieht daher ebenso wie die Befestigung der feststehenden Platten am Rande. Auf diese Weise ist es vermieden, das Dielektrikum in der Mitte durch eine Achse zu durchbrechen. Diese Achsendurchführung ist immer eine dielektrisch mehr oder weniger schwache Stelle, abgesehen von den Schwierigkeiten, welche bei der Durchbohrung mancher für den Zweck besonders geeigneter Dielektrika auftreten. Diese Methode gestattet daher bequem, alle Dielektrika, z. B. Glimmer, Glas oder Porzellan, zu verwenden und die Kondensatoren für hohe Spannungen zu bauen. In der normalen Ausführung halten die Kondensatoren bis 10000 Volt aus. Auch bei höheren Spannungen werden die Kondensatoren niemals durchschlagen. Es tritt immer zwischen den auf der gleichen Platte befindlichen Belegungen ein Spannungsausgleich in Luft ein. Durch Überlastung können die Kondensatoren daher nicht zerstört werden. Fig. 12 zeigt drei Kondensatoren von 90000, 30000 und 14000 cm Kapazität. Ein Kondensator von 90000 cm Kapazität hat einen äußeren Durchmesser von 21 cm und eine Höhe von 37 cm, ein Kondensator von 14000 cm Kapazität hat einen Durchmesser von 12 cm und eine Höhe von 8,5 cm, ein Kondensator von 2000 cm Kapazität hat einen Durchmesser von 12 cm und eine Höhe von 4 cm. Alle Kondensatoren besitzen zwei Meßbereiche. Entweder kann man eine der auf den Glimmerplatten aufgeklebten Belegungen einschalten oder alle beide. Die Kondensatoren sind daher mit drei Klemmen versehen. Zwischen den beiden äußeren Klemmen liegt der große Meßbereich, zwischen einer äußeren und der inneren Klemme, der kleinere, halb so große Bereich.

(Eingegangen 25. November 1911.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Über Phosphoreszenz.

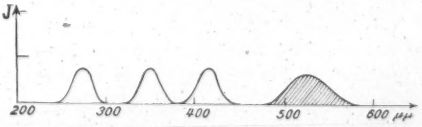
Von W. E. Pauli.

Die Arbeiten der letzten zehn Jahre auf dem Gebiete der Phosphoreszenz haben es ermöglicht, daß wir uns eine präzisere Auffassung über den Vorgang des kalten Leuchtens bilden konnten. Nach und nach sind aus der großen Mannigfaltigkeit der beobachteten Erscheinungen einige Gesetzmäßigkeiten herausgetreten, die ein Prüfen unserer Vorstellungen gestatten. Wenn auch heute noch kein völlig klares Bild bezüglich mancher Vorgänge möglich ist, so ist doch der Fortschritt, der in allerneuester Zeit gemacht ist, so groß, daß wir sicher sein dürfen, bei noch ausgedehnteren Untersuchungen die fehlenden Lücken bald ganz ausfüllen zu können. Einstweilen

sind die Ansichten über das Wesen der Phosphoreszenz bei den verschiedenen Physikern noch nicht völlig übereinstimmend; aber darin sind wohl alle einig, daß wir es hier mit einem Vorgang zu tun haben, bei dem die Elektronen und der lichtelektrische Vorgang eine ausschlaggebende Rolle spielen.

Das Beobachtungsmaterial derjenigen Untersuchungen, welche die entschiedensten Fortschritte gebracht haben, sind die Sulfide der 3 Erdalkalien Kalzium, Strontium, Barium gewesen, die — mit den nötigen Zusätzen von Schwermetall und einem leicht schmelzbaren Salz als Bindemittel — als Phosphore bezeichnet werden. Die genauen Vorschriften zur Herstellung solcher Phosphore sind zuerst von den Herren Lenard und Klatt[1]) gegeben worden. Das Auffinden der Herstellungsbedingungen von Phosphoren und die damit gegebene Möglichkeit ein und dasselbe Präparat stets wieder mit den gleichen Eigenschaften herstellen zu können, bedeutete den ersten großen Fortschritt im Gegensatz zu den immer mehr oder weniger zufällig erhaltenen Präparaten, die man früher herstellte und zur Untersuchung verwandte. Die 3 Hauptbestandteile eines Phosphors sind: das Sulfid (z. B. CaS), der Zusatz des Schwermetalls (z. B. Cu) und der Zusatz eines leicht schmelzbaren Salzes (z. B. Na_2SO_4). Die zwei ersten Bestandteile sind die maßgebenden, d. h. durch sie sind Zahl und spektrale Lage der möglichen Phosphoreszenzbanden bedingt. Die Intensität jeder einzelnen Bande dagegen ist variierbar durch den Zusatz des Salzes, der daneben noch als Bindemittel im pulverförmigen Sulfid fungiert und eine innige Verkettung des Schwermetallatoms mit dem Sulfid bewirkt. Die Mengenverhältnisse, in denen diese 3 Bestandteile im Phosphor auftreten, sind natürlich beliebige, doch ist das Verhältnis im Durchschnitt so am günstigsten, daß auf 3 g Sulfid ca. 0,001 bis 0,00005 g Schwermetall und ca. 0,1 g Salz kommt. Diese 3 Bestandteile werden nach inniger Mischung im Porzellantiegel geglüht. Um Verunreinigungen zu vermeiden, wird der Tiegel zweckmäßig mit Platinfolie ausgekleidet. Zum Glühen eignet sich sowohl der Hempelofen, als der elektrische Ofen. Bezüglich Einzelheiten der Darstellung wird auf die schon zitierten Arbeiten von Lenard und Klatt und Pauli[2]) verwiesen. Bei der Herstellung eines Präparates kann beeinflußt werden 1. die Intensität jeder einzelnen Bande, 2. die Dauer des Nachleuchtens jeder Bande, und zwar kommen als maßgebende Faktoren hierbei in Betracht: 1. Gewichtsvariation der 3 genannten Bestandteile, 2. Dauer des Glühens des fertig gemischten Phosphors, 3. Glühtemperatur im Ofen. Man sieht, daß durch diese 5 variablen Faktoren eine gewisse Schwierigkeit besteht, für eine bestimmte Bande die geeignetsten Herstellungsmöglichkeiten zu finden.

Jeder Phosphor besitzt mehrere Emissionsbanden, jedoch nicht mehr wie 4. Jede Bande hat ihre besonderen Eigentümlichkeiten, und das Verhalten jeder einzelnen Bande ist unabhängig von der Existenz der andern. Charakteristisch für eine Bande ist — abgesehen von ihrer spektralen Lage — 1. ihre Erregungsverteilung und 2. ihr Verhalten bei verschiedenen Temperaturen (dazu könnte noch angegeben werden ihr Verhalten gegenüber der auslöschenden Wirkung des ultraroten Lichtes). Unter Erregungsverteilung einer Bande ist der Zusammenhang zwischen der Länge der erregenden Lichtfälle und der Intensität des erregten Phosphoreszenzlichtes zu verstehen; man erhält die graphische Darstellung der Erregungsverteilung, wenn man beide Größen als Ordinate und Abszisse aufträgt. Jeder Phosphoreszenzbande kommt eine ganz bestimmte Erregungsverteilung zu. Dabei ist es möglich, daß die Erregungsverteilung zweier Banden zum Teil ineinander übergreift. Eine solche Erregungsverteilung für jede Bande kann bis zu 3 Maxima enthalten, bei denen also die betreffende Bande zu besonders intensivem Nachleuchten angeregt wird[1]). Als Beispiel einer solchen Erregungsverteilung dient die nachstehende Figur, welche die Erregungsverteilung der grünen Emissionsbande eines Kalziumphosphors mit Kupferzusatz ($CaCu$) darstellt. Die Emissionsbande ist schraffiert, die Erregungsverteilung nicht schraffiert gezeichnet. Gemäß der Stokesschen Regel liegen die Maxima der Erregungsverteilung stets nach kürzeren Wellenlängen zu, als die betreffenden erregten Emissionsbanden (auf die theoretische Begründung wird später eingegangen). Die



1) V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. **38**, 1889; P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. **15**, 1904.
2) W. E. Pauli, Über ultraviolette und ultrarote Phosphoreszenz. Ann. d. Phys. **34**, 1911.

1) P. Lenard, Über Lichtemissionen und deren Erregung, Heidelberger Akademie der Wissenschaften 1909.

spektrale Verteilung der Erregung einer Bande ist nur wenig von der Temperatur abhängig (im Gegensatz zu der Emissionsbande, deren Maximum sich etwas mehr mit variabler Temperatur verschiebt). Fast alle Erregungsmaxima aller sichtbaren Emissionsbanden liegen innerhalb der Wellenlängen 500—300 $\mu\mu$. Bezüglich des Verhaltens von Emissionsbanden in ihrer Temperaturabhängigkeit lassen sich 3 Stadien oder „Zustände" unterscheiden; wir nennen sie nach dem Vorgehen der Herren Lenard und Klatt den unteren momentanen Zustand (Kältezustand), den Dauerzustand und den oberen Momentanzustand (Hitzezustand). Diese 3 Zustände lassen sich folgendermaßen charakterisieren. Im unteren Momentanzustand findet man bei der Erregung schnell anklingendes und nach Schluß der Erregung auch wieder schnell abklingendes Leuchten. Dieses Nachleuchten kann minimal werden, so daß der Eindruck erweckt wird, als sei das betreffende Präparat bei der tiefen Temperatur überhaupt nicht erregt worden. Das Gegenteil ist der Fall: alles eingestrahlte Licht (natürlich geeigneter Wellenlänge) ist lediglich als Erregung aufgespeichert, aber nicht zum Leuchten verausgabt worden, und darin besteht das Charakteristikum des unteren momentanen Zustandes. Wird das Präparat bei der tiefen Temperatur erhalten, so erfolgt auch weiterhin — nach Aufhören der Erregung — selbst für längere Zeit hindurch keine Aussendung von Licht. Wird dagegen das Präparat langsam erwärmt, so strahlt es die betreffende erregte Bande intensiv aus und zwar dann, wenn der zweite Zustand, der Dauerzustand, erreicht ist. Der Dauerzustand ist dadurch charakterisiert, daß bei ihm sowohl Erregung aufgespeichert als auch aufgespeicherte Energie zum Leuchten verausgabt wird. Belichtet man einen unerregten Phosphor, so sieht man also bei diesem Zustand ein allmähliches Ansteigen der Emission, die sehr bald einen gewissen Grenzwert erreicht, um nach Aufhören der Erregung allmählich wieder abzuklingen. Wird die Temperatur höher getrieben, so findet sich für jede Bande eine, in der sie in den oberen Momentanzustand gerät. Charakteristisch für diesen ist: eine Aufspeicherung der Energie findet nicht mehr statt, d. h. die eingestrahlte Energie wird sofort wieder verausgabt in Gestalt der betreffenden Emissionsbande. Man sieht daher bei der Erregung ein schnell anklingendes Leuchten, das aber auch sofort wieder verschwindet, wenn die Erregung aufhört. Man könnte also nach den gewohnten Anschauungen sagen, daß die Phosphoreszenz hier in Fluoreszenz übergegangen ist. Die Temperaturangaben, wann für jede einzelne Bande der betreffende Zustand eintritt, sind ein ausgezeichnetes Charakteristikum der Banden selber. Durch die Temperatureigenschaften einer Bande läßt sich z. B. jederzeit leicht feststellen, ob die betreffende Bande nicht etwa auf eine Verunreinigung durch ein fremdes Schwermetall zurückzuführen ist, oder ob sie eine charakteristische Bande des zugesetzten Schwermetalles ist. Jede Bande hat ihre besonderen, von anderen gleichzeitig bestehenden Banden unabhängige Temperatureigenschaften. Die Temperatur des unteren Momentanzustandes ist für manche Banden eine recht tiefe, doch gelang es bei der Temperatur des festen Wasserstoffes, alle Banden in diesen Zustand überzuführen[1]). Die Grenze des oberen Momentanzustandes wird bei den verschiedenen Phosphoren verschieden schnell erreicht. So liegt bei allen Bariumphosphoren diese Grenze relativ niedrig, sie ist meistens bei 170° schon erreicht. Die Banden der Strontiumphosphore haben wesentlich höhere obere Temperaturgrenzen, bei denen Aufspeicherung der Energie noch stattfindet. So z. B. die Strontiumphosphore mit *Bi*-Zusatz. Als maximale Temperaturgrenze hat sich für einen Kalziumphosphor mit *Bi*-Zusatz 500° ergeben. Es wurde schon erwähnt, daß das Verhalten der einzelnen Banden nach ihrer Erregung bei der Strahlung mit ultrarotem Licht ebenfalls ein unterschiedliches ist. Dieser Unterschied ist jedoch ein quantitativer. Alle Banden reagieren mehr oder weniger auf die ultraroten Lichtwellen, d. h. alle werden mehr oder weniger durch ultrarotes Licht ausgelöscht. Einige Banden sind indessen besonders empfindlich, so z. B. die grüne Bande des Kalziumphosphors mit Bleizusatz als Schwermetall (abgekürzt geschrieben: *CaPb*) und die grüne Bande des Kalziumphosphors mit Nickelzusatz (*CaNi*).

An- und Abklingen getrennter Banden.

Nach den Untersuchungen der Herren Lenard und Klatt[2]) und A. Werner[3]) kann man von einem Abklingen einer Bande schlechthin nicht reden (wie dies in fast allen früheren Arbeiten getan wurde), sondern man muß zwei Prozesse, die nebeneinander herlaufen, unterscheiden. Erregt man nämlich eine Bande, so findet 1. ein schnell an- und abklingendes Leuchten der Bande und 2. eine mit der Dauer und der Intensität der Bestrahlung asym-

1) Siehe P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes u. W. E. Pauli, Akad. d. Wissensch. zu Amsterdam. 1910.
2) Siehe P. Lenard u. V. Klatt, l. c.
3) Siehe A. Werner, Über das An- und Abklingen getrennter Phosphoreszenzbanden.

ptotisch anwachsende Aufspeicherung der Erregung bzw. demgemäße Emission statt. Das momentane Leuchten fällt unmitttelbar bei Schluß der Erregung plötzlich ab und es beginnt nun das allmähliche Abklingen bis zum Werte 0. Man bezeichnet diese beiden Prozesse als Momentan- und Dauerprozeß. Dazu kommt — wie später noch zu erwähnen ist — ein weiterer Prozeß, der Ultraviolettprozeß. Natürlich entnehmen beide Prozesse beim Abklingen ihre Energie der gesamten vorher eingestrahlten Intensität. Bei den verschiedenen Banden haben die beiden Prozesse verschieden starke Anteile an der Gesamtemission. Aus dem Gesagten folgt schon, daß das An- und Abklingen einer Phosphoreszenzbande in keinem Falle ein einheitliches ist, da stets die drei Prozesse sich übereinander lagern. Momentanbanden werden im allgemeinen schon durch recht geringe Lichtstärken erregt, während Dauerbänden einer weit größeren Intensität bedürfen, um hell zu erscheinen. Ganz allgemein gilt der Satz: die Bande, die rasch anklingt, klingt auch rasch ab. Man kann den Momentanprozeß als eine über den Phosphoreszenzvorgang (Dauerprozeß) gelagerte Fluoreszenz ansehen. Nach den Untersuchungen von Herrn Lenard ist der Momentanprozeß bereits nach den ersten 20 Sekunden nach Schluß der Erregung völlig abgelaufen. Für den Momentanprozeß gilt sehr wahrscheinlich, daß er nach einer Exponentialfunktion $J = J_0 \cdot e^{-\alpha t}$ verläuft, wie dies für Fluoreszenzerscheinungen von E. Becquerel nachgewiesen ist[1]).

Unsichtbare Phosphoreszenzbanden.

Seit längerer Zeit ist ultraviolette Phosphoreszenz bekannt. Die zuerst von den Herren Winkelmann und Straubel[2]) an Flußspat beobachtet wurde. Von Pauli[3]) ist zuerst ultrarotes Nachleuchten bei einigen Präparaten nachgewiesen worden. Diese beiden Arten von Banden zeigen keine anderen Eigenschaften als wie die sichtbaren; ihr Bestehen ist nur insofern von Interesse, als bei gleichzeitigem Vorhandensein sichtbarer Banden diese von den unsichtbaren wesentlich beeinflußt werden können. Fällt z. B. eine ultraviolette Bande in das Erregungsgebiet einer gleichzeitig bestehenden sichtbaren Bande, so wird die Emission der unsichtbaren Bande die sichtbare weiterhin zu erregen imstande sein, mit anderen Worten: es wird das ursprünglich eingestrahlte erregende Licht zweimal im Licht von längerer Wellenlänge umgewandelt. Es ist klar, daß bei einem solchen Falle eine weitere Komplikation in dem An- und Abklingen der sichtbaren Bande eintreten muß. Das Vorhandensein einer ultraroten Bande wird den Effekt haben, den das ultrarote Licht auf alle sichtbaren Banden hat, d. h. eine solche Bande wird eine gleichzeitig bestehende sichtbare Bande auslöschen. Beim Abklingen der sichtbaren Bande wird daher durch die ultraroten Bande eine Beschleunigung hervorgebracht.

Vorstellungen über den Mechanismus des Leuchtens.

Die 3 Bestandteile eines Phosphors sind — wie erwähnt — das Sulfid, das Schwermetall und der Salzzusatz. Als eigentliches Zentrum des Lichtemissionskörpers denkt man sich — nach Herrn Lenard — einen Molekülkomplex, der aus den Atomen des Erdalkalimetalls, des Schwermetalls und des Schwefels gebildet wird. Dieses Leuchtzentrum ist eingebettet in eine große Menge inaktiven Füllmaterials. Die empirische chemische Formel eines Zentrums wäre demnach z. B. $Ca_x Bi_y S_z$. Die molekulare Konstitution des Leuchtzentrums muß eine stark raumbeanspruchende, sperrige sein, denn alle Phosphore sind gegen Druck empfindlich. Eine Stelle des Präparates, die zu großem Druck ausgesetzt war, verändert ihre Farbe und verliert die Fähigkeit zu phosphoreszieren[1]). Den eigentlichen Leuchtvorgang hat man sich so vorzustellen: durch das erregende Licht werden aus dem Metallatom der Zentren Elektronen ausgeschleudert; diese Elektronen werden nun entweder in der Nachbarschaft des Metallatoms eine Zeitlang festgehalten, um dann später wieder zu ihrem ursprünglichen Ort zurückzukehren oder sie werden dies sofort tun. Im ersteren Fall haben wir einen erregten Phosphor vor uns, in dem potentielle Energie aufgespeichert ist, im zweiten Fall findet das Leuchten unmittelbar nach dem Belichten statt[2]). Wir müssen uns weiter-

1) Siehe E. Becquerel, La Lumiere, I. 1867; siehe ferner auch J. de Kowalski, Studie über die Lumineszenz, Le Radium **4**, 1907; ferner Nichols u. Merritt, Das Abklingen der Phosphoreszenz bei der Sidotblende, Physical Rev. **22**, 1906.

2) A. Winkelmann u. R. Straubel, Wied. Ann. **59**, 1896; siehe ferner P. Schuhknecht, Ann. d. Phys. **17**, 1905.

3) W. E. Pauli, Ann. d. Phys. **34**, 1911.

1) Eine von Herrn v. Kowalski entwickelte Anschauung über das Wesen der Phosphoreszenz ist mit der Lenardschen beinahe identisch; vgl. J. de Kowalski, Versuch einer Theorie der Phosphoreszenz, C. R. **144**, 1907. Dagegen weicht die Ansicht der Herren Stark und Steubing (vgl. J. Stark und W. Steubing, diese Zeitschr. **9**, 481, 661, 1908) insofern von der Lenardschen ab, als sie glauben, daß die Phosphoreszenz wesentlich auf eine Reaktion zwischen Atomen und Atomgruppen zurückzuführen ist, also mehr chemischen Charakter hat.

2) Vgl. P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. **12**, 1903.

hin vorstellen, daß die ausgeworfenen Elektronen bei ihrer Rückkehr zum Metallatom Schwingungen machen und eben in dieser Rückkehr besteht die Lichtabgabe. Es war Grund anzunehmen, daß nicht das zurückkehrende (lichtelektrische) Elektron, sondern ein anderes (das Emissionselektron) die Emission besorgt. Die Rückkehr des lichtelektrischen Elektrons erregt nun das Emissionselektron und die Schwingungsdauer des Emissionselektrons bestimmt dann die Wellenlänge der Emissionsbande. Von Einfluß auf die Schwingungsdauer des Elektrons müssen sein: 1. das Metallatom selbst und 2. die unmittelbare Umgebung des Metallatoms (eventuell in verschiedenem Maße). Betrachtet man das Metallatom, welches der Hauptsache nach im Sulfid eingebettet ist, als elektrischen Oszilator, für den die Thomsonsche Formel der Schwingungsdauer gilt

$$T = \pi \sqrt{L \cdot C}$$

(L = Selbstinduktion, C = Kapazität),

so würde die Schwingungsdauer T und also damit die Wellenlänge des emittierten Lichtes eines Phosphors in einer bestimmten gesetzmäßigen Weise sich verändern müssen[1,2] wenn der Oszillator (das Metallatom) nacheinander in eine andere Umgebung gebracht wird. Das wird der Fall sein, wenn z. B. Kupfer als Schwermetall nacheinander im *CaS*, *SrS*, *BaS* gebracht wird. Da sich hierbei die Selbstinduktion des Oszillators kaum ändern, dagegen die Kapazität mit der verschiedenen Dielektrizitätskonstante des Sulfids variieren wird, so erhält man für die Wellenlängen entsprechender Banden die Bedingung:

$$\lambda / \sqrt{D} = \text{const.}$$

Als Zahlenwert λ ist jedesmal das Maximum der Bande einzusetzen. Die geforderte Gesetzmäßigkeit hat sich für fast alle Banden — sichtbare sowie unsichtbare — wenigstens angenähert ergeben. Als Beispiel seien angeführt die Werte für Kupfer in *CaS*, *SrS*, *BaS*.

α-Bande	λ_{max}	$\lambda/\sqrt{D}$
Ca Cu	515	181
Sr Cu	535	181
Ba Cu	600	186

Nicht unerwähnt darf freilich bleiben, daß auch Ausnahmen stattfinden. So z. B. gehorchen die α-Banden der Phosphore mit Manganzusatz diesem Gesetze nicht. So einfach wie hier angedeutet liegen wohl auch die Verhältnisse in Wirklichkeit nicht; weit besser als die Emissionsbanden ordnen sich die Maxima der Erregungsverteilungen der Emissionsbanden der genannten Gesetzmäßigkeit unter.

Der Unterschied in dem genaueren Befolgen der Gesetzmäßigkeit

$$\lambda / \sqrt{D} = \text{const.}$$

bei den Erregungsverteilungen gegenüber den Emissionsbanden führt zu der eben schon erwähnten Annahme, daß wir es hier mit zwei verschiedenen Arten von Elektronen zu tun haben[1]. Und zwar werden diejenigen Elektronen, welche durch Resonanzschwingungen aus dem Atom ausgeworfen werden, als lichtelektrische Elektronen bezeichnet, während man unter den Emissionselektronen diejenigen versteht, welche durch ihre Schwingungen die Phosphoreszenzbanden erzeugen. Zu dieser Ansicht kommt man durch folgende Überlegung: Während die Eigenschwingungsdauern der Zentren, welche die Erregung der Phosphoreszenzbanden ergeben, einfach so von der Umgebung der Metallatome beeinflußt werden, daß nur die mittlere Dielektrizitätskonstante dieser Umgebung in Betracht kommt, werden die Schwingungsdauern für die Banden wesentlich durch die spezielle Umgebung des Metallatoms im Zentrum beeinflußt (vgl. P. Lenard: Über Lichtemissionen und deren Erregung, im besonderen die Tabellen S. 16 u. 17). Es müssen deshalb diejenigen Elektronen, deren Schwingungen die Emission des Phosphoreszenzlichtes ergeben, nicht identisch sein mit den lichtelektrischen Elektronen derselben Metallatome. Die lichtelektrischen Elektronen sind auf jeden Fall einfache negative Elementarquanten der Elektrizität; das ist jedoch nicht für die Emissionselektronen nachgewiesen. Wenigstens war es selbst bei der Temperatur des festen Wasserstoffs nicht gelungen, den Zeemaneffekt bei Phosphoreszenzbanden nachzuweisen[2]. Erschwert wird dieser Nachweis allerdings dadurch, daß auch bei tiefster Temperatur keine Bande in eine Linie übergeht. Es muß daher die Frage, was die Emissionselektronen sind, einstweilen noch offen bleiben.

Die Frage nach der Ursache des Vorhandenseins verschiedener Banden im selben Phosphor wird beantwortet durch die Verschiedenheit der Atomgruppierung der 3 ausschlaggebenden

1) Siehe P. Lenard, Über Phosphoreszenz und die Auslöschung der Phosphore durch Licht. Heidelberg 1909.
2) Siehe auch B. Winawer. Dielektrische Untersuchungen, insbesondere an Erdalkaliphosphoren. Diss. 1909.

1) Vgl. P. Lenard, Über Lichtemission und deren Erregung. Heidelberger Akademie der Wissensch. 1909.
2) Siehe P. Lenard, H. Kamerlingh-Onnes und W. E. Pauli, Akad. der Wissenschaften zu Amsterdam 1909.

Atomsorten, des Schwefels, Erdalkalis und des Metalls, welche die Zentren bilden. Nach der Vorstellung des Herrn Lenard kann man sich ein solches Zentrum als eine Kette vorstellen

$$-S-Ca-S-Ca-S-,$$

die ringförmig in sich geschlossen ist. An die Atome des Schwefels denkt man sich die des Metalls angelagert, die durch Nebenvalenzstellen der Schwefelatome festgehalten werden. Die Metallatome aber, die gute Phosphore bilden, haben alle eine höhere Valenzzahl, und wir denken uns die Unterschiede der Banden durch die Zahl der Valenzen des Metallatoms bedingt, welche bei der Bindung an das Schwefelatom betätigt sind. Als Beispiel seien angeführt die 2 Banden (grün und blau) des Kupfers in CaS. Das Bild der beiden Zentren würde sein

$$-Ca-S-Ca- \qquad -Ca-S-Ca-$$
$$\quad\;\; Cu \qquad\qquad\;\; CuCu$$

Somit wird die Zahl der Phosphoreszenzbanden eines Metalls gleich sein seiner maximalen Valenzzahl. Je nach der Menge des Metallzusatzes im Präparat müßte dann auch eine oder die andre Bande willkürlich in stärkerer Ausbildung hervorgebracht werden können. Das ist auch tatsächlich der Fall. So zeigte sich bei einem Manganphosphor, daß je nach der Menge des Mangans entweder die eine oder die andere (grüne oder ultrarote) Bande nach Belieben hervorgebracht werden konnte.

Mit Hilfe der Vorstellung, daß die Lichtemission bei Phosphoren durch Austritt von Elektronen aus dem Metallatom mit nachfolgender Rückkehr bedingt ist, läßt sich auch das verschiedene Verhalten der einzelnen Banden bei verschiedener Temperatur begreiflich machen, d. h. die 3 vorher unterschiedenen Zustände erklären. Wie bekannt, sind die Sulfide CaS, SrS, BaS ausgezeichnete Isolatoren, wenigstens bei Zimmertemperatur, und in noch erhöhterem Maße bei Kälte. Besonders bei tiefer Temperatur hat daher das ausgeworfene Elektron die Möglichkeit, nicht gleich zu dem Metallatom zurückzukehren, sondern es kann in seiner Nachbarschaft irgendwo haften bleiben; der Phosphor ist damit erregt, aber es erfolgt kein Nachleuchten. Bei gewöhnlicher (Zimmer-) Temperatur ist das Leitvermögen des Phosphors schon etwas größer, es wird also immer ein Teil der Elektronen zurückkehren, während andere noch festgehalten werden (vorstellbar durch Inhomogenität im Phosphormaterial). Hier haben wir den Dauerzustand. Bei hoher Temperatur nimmt das Leitvermögen eines Phosphors schon sehr merkliche Werte an, da wird es also den Elektronen nicht möglich sein, fern vom Metallatom zu bleiben, sondern sie werden unmittelbar zu ihrem Ursprungsort zurückkehren. Daher das sehr kurze Nachleuchten nach der Erregung, das den oberen Momentanzustand charakterisiert.

Eine etwas verfeinerte Vorstellung über das Zustandekommen der 3 eben besprochenen „Zustände" hat Herr Lenard in der neuesten Zeit gegeben. Es ist anzunehmen, daß es das Schwefelatom im Leuchtzentrum ist, welches die Aufspeicherung der Erregung besorgt. Denn fehlt in einem „Phosphor" das S-Atom, so tritt wohl die betreffende Bande auf, aber sie hat keine Dauer, so z. B. bei $CaCO_3$ mit Kupferzusatz. Je tiefer nun die Temperatur des Phosphors ist, um so geringer ist die Wärmebewegung der Atome, also auch des S-Atoms. Mit der Ungestörtheit des S-Atoms mangels Wärmebewegung wird eine gute Möglichkeit zur Anlagerung des aus dem Metallatom entwichenen Elektrons an das S-Atom möglich und es ist bei tiefer Temperatur die geringste Wahrscheinlichkeit zur Abtrennung und Rückkehr zum Metallatom; daher die gute Aufspeicherung der Erregung bei tiefer Temperatur. Umgekehrt wird dann mit steigender Temperatur die Abtrennung des Elektrons vom S-Atom immer mehr erleichtert, so daß dann eine ganze Zahl von zurückkehrenden Elektronen die Lichtemission nach der Erregung besorgt.

Wie schon angedeutet wird auch die Stokessche Regel, die sich bezüglich der Erdalkaliphosphore überall bestätigte[1]), durch die Theorie verständlich. Hat das Metallatom ein oder mehrere Elektronen verloren, so sind die Eigenschwingungsdauern im Atom größer geworden, analog wie die Schwingungsdauern der Spektralserien größer werden beim Übergang von der Hauptserie zur ersten, zweiten ... Nebenserie, was den Verlust von einer steigenden Zahl von Elektronen entspricht. (Eine andere Erklärung der Stokesschen Regel siehe S. 54.)

Außerdem, daß bei Erregung eines phosphoreszenzfähigen Präparates Elektronen aus dem Atom ausgeschleudert werden (lichtelektrischer Effekt) kann nun noch bei der Bestrahlung eines Phosphors ein Vorgang auftreten, welchen die Herren Lenard und Saeland[2,3]) als aktino-dielektrischen Effekt bezeichnet haben und der in einer Ionenverschiebung zu bestehen

1) Ausnahmen sind indes an anderen Stoffen gefunden worden, so schon vor langer Zeit bei fluoreszenzfähigen Körpern und neuerdings von Herrn von Kowalski an der Phosphoreszenz einer Rhodaminbase. Vgl. J. de Kowalski, Krak. Anz. Math.-naturw. Kl., Reihe A, 1910.

2) P. Lenard u. S. Saeland, Ann. d. Phys. **28**, 1911.

3) W. Hausser u. C. Ramsauer, Ann. d. Phys. **34**, 1911.

scheint. Dieser Vorgang äußert sich folgendermaßen: Eine dünne Schicht eines Phosphors ist auf eine Metallplatte ausgebreitet, die sowohl positiv als negativ geladen werden kann. Ein dünnes, für Licht gut durchlässiges Drahtnetz bedeckt die obere Fläche der Schicht und ist mit dem Elektrometer verbunden. Wird jetzt das Präparat mit weißem Licht bestrahlt, so ist ein kurzdauernder Elektrometergang zu bemerken und zwar stets im Sinne des angelegten Feldes, sowohl bei negativer als bei positiver Ladung der unteren Platte (Unterschied von der lichtelektrischen Wirkung). Auffallend ist, daß nicht alle Wellenlängen diesen Effekt gleichmäßig hervorbringen. Besonders ist er wieder, im Gegensatz zur lichtelektrischen Wirkung, dem Rot eigentümlich, Blau erzeugte ihn fast nicht. Neuere Versuche, die von R. Oeder angestellt wurden, haben ergeben, daß die maximale Wirkung bei *CaBiNa* bei 600 $\mu\mu$ zu suchen ist, wogegen 1000 $\mu\mu$ relativ wenig wirksam ist. Der besprochene Vorgang steht keinesfalls in einer engeren Beziehung zur Phosphoreszenzerregung selbst, denn es war bei diesen Versuchen ganz gleichgültig, ob der Phosphor vorher erregt oder unerregt war. Man muß sich wohl vorstellen, daß bei dieser Erscheinung kein Elektronaustritt aus dem Atom selbst stattfindet, sondern daß es sich um Verschiebungen der ganzen Atome (Ionen) handelt (weil der Vorgang viel Zeit beansprucht).

Eine andere, ebenfalls schon kurz erwähnte Beeinflussung von Phosphor durch langwelliges Licht besteht in der Auslöschung des Phosphoreszenzlichts durch Rot und Ultrarot[1]). Diese Wirkung des Rots und Ultrarots ist deshalb von Interesse, weil sie die Zentren des Phosphors in einen Zustand versetzt, der genau dem gleicht, in welchen die Zentren bei hoher Temperatur geraten, ohne daß aber bei den Auslöschungsvorgängen bei dem Phosphor eine Temperaturerhöhung stattgefunden hätte. Wir haben es hier also nur mit einer lokalmolekularen Temperaturerhöhung zu tun, die sich nur auf die Zentren erstreckt. Eine wesentliche Temperaturerhöhung des Phosphors durch das Auftreffen der langwelligen Strahlen war keinesfalls in dem Thermometer nachweisbar und auch deshalb unwahrscheinlich, weil der ganze langwellige Teil im Wasser vorher absorbiert wurde. Der Parallelismus zwischen Wirkung des Ultrarots und Temperaturerhöhung besteht in folgendem: Bestrahlt man einen erregten Phosphor mit Ultrarot, so findet — genau wie bei plötzlicher Temperatursteigerung — grelles Aufleuchten der betreffenden Bande (die dadurch in den oberen Momentanzustand gerät) mit nachfolgender Dunkelheit statt. Ganz wie bei der Temperaturerhöhung sieht man bei einem erregten Präparat der Reihe nach bei der Ultrarotbestrahlung alle diejenigen Banden nacheinander aufleuchten, deren Dauerzustände gerade passiert werden. Banden, die bereits bei der Ausgangstemperatur oberen Momentanzustand hatten, erscheinen weder durch Erhitzen noch bei Beeinflussung durch Ultrarot. Welche hohe Temperatur lokal in den Zentren durch das Auftreffen des Ultrarots erzeugt werden muß, geht daraus hervor, daß z. B. die grüne *CaBi*-Bande, die zu ihrem Aufleuchten $+400^0$ braucht, wirklich bei Ultrarotbestrahlung erscheint, während die große Masse des Phosphors völlig kalt bleibt. Es ist also eine vortreffliche Energie-Isolation der Zentren im Phosphor zu konstatieren, die sich auch dadurch kundgibt, daß nach Abschneiden des Ultrarots das Aufleuchten nicht sofort aufhört, sondern noch minutenlang nachdauern kann. Dabei ist es sicher, daß die Wirkung des ultraroten Lichts sich lediglich auf die erregten Zentren erstreckt, nicht aber auf die unerregten. Denn wird ein völlig unerregter Phosphor zum Teil mit Ultrarot bestrahlt und danach mit ultraviolettem Licht im gesamten erregt, so ist kein Unterschied zu sehen zwischen den mit Ultrarot bestrahlten und nichtbestrahlten Stellen: beide leuchten gleich stark und in derselben Farbe auf. Dies beweist, daß das Ultrarot von den erregten Zentren in ganz anderer Art absorbiert wird als von den unerregten. Da wir es bei den Auslöschungsversuchen wohl ebenso sicher wie bei der Lichtabsorption überhaupt mit einer Resonanzerscheinung zu tun haben, so heißt das mit anderen Worten: Wie die Langwelligkeit des auslöschenden Lichtes zeigt, haben die Zentren im unerregten Zustand eine kürzere Schwingungsdauer als im erregten.

Daß indes unter Umständen nicht nur die Metallatome bei Bestrahlung Elektronen verlieren können, sondern auch die Atome derjenigen Moleküle, die wir als Füllmaterial bezeichnet haben, beweist ein Phänomen, das von Herrn Lenard als Ultraviolettprozeß bezeichnet worden ist. Man bemerkt nämlich bei Erregung eines Phosphors mit sehr kurzwelligem Licht (300—200 $\mu\mu$), daß dann noch eine Art der Erregung auftritt, die sich von der gewöhnlichen dadurch unterscheidet, daß sie immer intensiver wird, je kurzwelliger das erregende Licht ist; beim sichtbaren Violett ist sie schon

1) E. Becquerel, La Lumiere, I, 1867; ferner A. Dahms, Ann. d. Phys. 1903; Nichols und E. Merritt, Phys. Rev. 25, 1907; P. Lenard, Über Phosphoreszenz und die Auslöschung der Phosphore durch Licht 1909.

unmerklich. Auch die Dauer der Erregung durch das Ultraviolett ist ganz abhängig von der Wellenlänge: je kürzer die Wellenlänge, um so geringer die Dauer der Erregung. Es ist zu vermuten, daß bei diesem Vorgang das ultraviolette Licht auch bei den sonstigen Atomen des Phosphors lichtelektrische Wirkung auslöst. Treffen aber nun die so erzeugten Elektronen bei genügender Anfangsgeschwindigkeit auf das Metallatom, so werden sie ihrerseits aus diesem Elektronen auswerfen (sekundäre Kathodenstrahlung), und damit ist auch wieder die Lichtemission gegeben. Der Ultraviolettprozeß wäre demnach durch lichtelektrische Kathodenstrahlen erregte Phosphoreszenz. Für diese Anschauung sprechen Versuche, die bei direkter Bestrahlung von Phosphoren mit Kathodenstrahlen erhalten wurden. Hier zeigte sich ganz dieselbe Erscheinung: die durch Kathodenstrahlen erregte Phosphoreszenz war auch hier nur von sehr kurzer Dauer.

Nach der vorhin erwähnten verfeinerten Vorstellung über den Mechanismus des Phosphoreszierens (Unterscheidung zwischen lichtelektrischen und Emissionselektronen) muß man sich vorstellen, daß durch Resonanzwirkung das lichtelektrische Elektron aus dem Atom herausgeworfen wird, und daß bei seiner, unter Schwingungen stattfindenden Rückkehr — ebenfalls durch Resonanzwirkung — das Emissionselektron im Atom zum Schwingen angeregt wird, wodurch dann die Lichterscheinung entsteht. Stellt man sich vor, daß die Amplitude des zurückkehrenden lichtelektrischen Elektrons zu Anfang groß war und allmählich abnimmt, und daß mit abnehmender Amplitude auch die Schwingungsdauer abnimmt, so wird in dem Augenblick das Emissionselektron zum Schwingen mit angeregt, in welchem seine Schwingungsdauer mit der des lichtelektrischen übereinstimmt. Ein Emissionselektron kann also nur dann Lichtaussendung verursachen, wenn es schließlich im Atom eine kleinere Eigenschwingungsdauer hat als das Emissionselektron. Die für die zuletzt erreichten Amplituden geltenden Schwingungsdauern der lichtelektrischen Elektronen sind ja diejenigen, welche für eine neue Erregung allein in Frage kommen; sie sind also zuletzt kleiner als diejenigen der Emissionselektronen, und darin liegt die Stokessche Regel begründet.

Die entwickelten Ansichten über den Vorgang der Phosphoreszenz werden wesentlich unterstützt durch eine Arbeit der Herren Lenard und Saeland[1]), die den Zweck verfolgte, die Elektronen, welche bei Bestrahlung durch Licht geeigneter Wellenlängen aus den Zentren entweichen (lichtelektrische Elektronen), als lichtelektrischen Effekt nachzuweisen. Es ließen sich in der Tat diese aus den Zentren ausgetretenen Elektronen elektrometrisch nachweisen, und zwar in allen Fällen. Daß diese Elektronen aus den Atomen des Schwermetalls kommen, ließ sich gleichfalls zeigen, denn solche Präparate, die nur aus Sulfid und Zusatz des Salzes bestanden, aber nicht Schwermetall enthielten, zeigten auch nur einen ganz minimalen Effekt. Phosphoreszenzhelligkeit und lichtelektrischer Effekt hängen dagegen nicht zusammen, sondern lediglich Phosphoreszenzerregung und lichtelektrische Wirkung. Die lichtelektrische Wirkung wird nämlich bei den Erdalkaliphosphoren nur durch dieselben Wellenlängen ausgeübt, welche auch erregend wirken. Es war damit auch ein erster Fall auffallend selektiver lichtelektrischer Wirkung gefunden. (Vgl. P. Lenard, Über Lichtemission, Heidelberger Akademie 1909.)

1) Lenard und Saeland, Ann. d. Phys. **28**, 1909.

(Eingegangen 4. November 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Deutsche Südpolar-Expedition 1901—1903. Im Auftrage des Reichsamtes des Innern herausgegeben von Erich v. Drygalski, Leiter der Expedition. Berlin, Druck und Verlag von Georg Reimer. III$_1$ M. 22.—, IV$_1$ M. 29.—, V$_2$ M. 20.—

Von diesem umfangreichen Werke, welches in etwa 11 bis 12 Bänden die gesamten wissenschaftlichen Ergebnisse der Deutschen Südpolar-Expedition behandeln und den Gelehrten zugänglich machen soll, ist bereits ein großer Teil erschienen. Mir liegen vor Heft 1 der ersten Abteilung des III. Bandes, Heft 1 des IV. Bandes, erster Teil und Heft 2 des V. Bandes. Die ersten beiden Hefte beschäftigen sich mit den meteorologischen Beobachtungen und sind von Professor Meinardus bearbeitet, während das letztere Heft von Professor Bidlingmaier verfaßt ist und die Grundlagen für die magnetischen Beobachtungen enthält.

Das zweite der angeführten Hefte enthält die ausführlichen Tabellen der Einzelwerte der meteorologischen Elemente und bedarf hier keiner weiteren Besprechung, zumal in dem III. Bande die auf diese Zusammenstellungen gegründeten Resultate eingehender behandelt werden.

Zunächst wird durch eine Situationsskizze und

einige sehr hübsche photographische Aufnahmen (zum Teil vom Ballon aus) eine genaue Beschreibung der Lage der „Gauß“ während ihrer Überwinterung gegeben. Die Dauer der Festlegung des Schiffes umfaßte fast genau ein volles Jahr (vom 22. Februar 1902 bis 8. Februar 1903), und die erlangten Beobachtungsresultate erhalten dadurch erhöhten Wert. Im einzelnen ist die Diskussion des umfangreichen Zahlenmaterials sehr erschöpfend durchgeführt, es kann aber hier nicht der Ort sein, diese Resultate in ausführlicher Form wiederzugeben. Nur möchte ich eine interessante Vergleichung klimatischer Natur hier mitteilen, die die Resultate der Südpolar-Expedition mit den bei andern Expeditionen ähnlicher Art erlangten Daten zusammenstellt. Dabei ist es mir aufgefallen, daß in diese Vergleichung die charakteristischen Zahlen der Deutschen Polarexpedition nach dem Kingua-Fjord im Jahre 1882/83 nicht mit aufgenommen worden sind, obgleich deren Hinzuziehung wegen der geographischen Position des Beobachtungsortes gerade wichtig gewesen wäre. Die Stationen von Fort Rae und Godthaab weisen wohl nahezu die gleiche Breite auf, aber in Länge lagen die Kinguastation und die Polarstation in Fort Rae, welche auch während des sogen. Polarjahres in Tätigkeit war, in ihrer mittleren Länge der Winterstation der „Gauß“ fast genau diametral gegenüber. Ich habe aus diesem Grunde den im vorliegenden Heft gegebenen Daten diejenigen der Kinguastation noch beigefügt und die einiger anderer Stationen aus den Originalen ergänzt. Diese kurze Zusammenstellung gibt ein interessantes Bild des Verlaufs von Luftdruck und Temperatur im arktischen und antarktischen Gebiet. Es ist dabei zu berücksichtigen, daß die südlichen Stationen maritimen Verhältnissen entsprechen, von den nördlichen aber die zu Fort Rae und die im Kingua-Fjord mehr kontinentalen.

Station		Geo. Breite	Länge g. Grw.	Zeit	Luftdruck			Temperatur			
					Jahresmittel	Höchster	Tiefst.	Jahresmittel	Höchste	Tiefste	Ampl.
„Gauß“ (Winterstation)	Süd	66,0°	89,6° östl.	1902/3	740,0	760,0	706,3	−11,5°	+ 4,9°	−40,8°	45,7°
Port Charcot	„	65,1	63,4 westl.	1904/5	44,9	65,8	17,8	— 5,4	+ 6,0	−34,0	40,0
„Belgica“ Trift	„	(70,6)	(86,4) „	1898/99	44,4	72,1	11,7	— 9,6	+ 2,5	−43,1	45,6
„Fram“ Trift	Nord	(82,7)	(20) östl.	1893/96	71,4	93,2	39,5	(−18)	+13,3	−51,3	64,6
Fort Rae	„	62,6	115,7 westl.	1882/83	45,7	70,7	21,4	— 6,2	+25,6	−44,6	70,2
Kingua-Fjord	„	66,5	67,3 „	1882/83	54,7	79,6	24,5	−11,4	+20,2	−48,4	68,6

Die übrigen meteorologischen Elemente sind in ebenso ausführlicher Weise behandelt. Das auffallendste Ergebnis daraus ist wohl das, daß trotz der freien Lage der Winterstation der „Gauß“ eine über Erwarten stark ausgeprägte Herrschaft der östlichen Windrichtungen auftritt; fast $^2/_3$ aller beobachteten Windrichtungen entfällt auf den Abschnitt der Windrose zwischen EzN und EzS und von den stärkeren Luftbewegungen entfallen 98 Proz. auf die östlichen Quadranten. Außerdem zeigt hierin auf Grund einer Vergleichung der in der östlichen und westlichen Antarktis gelegenen Stationen sich ein bemerkenswerter Unterschied.

Im II. Heft des V. Bandes bespricht Prof. Bidlingmaier zunächst die Art der ihm gestellten Aufgabe und hebt vor allem die Schwierigkeiten hervor, die der Beobachtung magnetischer Elemente an Bord eines mit vielen eisernen Teilen ausgerüsteten Schiffes entgegenstehen und gibt die Mittel zur Überwindung derselben. Daran schließt sich eine sehr eingehende Beschreibung der während der Reise und an den festen Stationen benutzten Instrumente. Im wesentlichen waren es deutsche Apparate und nur wenige englischer Provenienz, mit denen gearbeitet wurde. Vor allem der nach Prof. Eschenhagens Angaben von L. Tesdorpf (vormals Stuttgart, jetzt Göttingen) hergestellte magnetische Reisetheodolit. Von ganz besonderem Interesse für die späteren Expeditionen und Landobservatorien ist die Mitteilung der Erfahrungen, die Prof. Bidlingmaier mit diesem Instrument gemacht hat, woran sich eine Reihe bemerkenswerter Vorschläge zur Verbesserung anschließt, die bei Neukonstruktionen Beachtung verdienen und zum Teil schon in diesem Sinne verwertet werden konnten. —

Die Beschreibung der Instrumente ist durch eine Reihe von Textillustrationen und drei sehr hübschen Lichtdrucktafeln unterstützt, eine vierte Tafel zeigt den Auf- und Querriß des Schiffes und erläutert die Aufstellung der einzelnen Apparate.

Ein zweites Kapitel gibt die Grundlagen der magnetischen Reisebeobachtungen, nämlich die Resultate der Beobachtungen mit den magnetischen Theodoliten an den Basisstationen: Potsdam (wo zugleich die Bestimmung der Konstanten des Instruments und seiner Einzelteile stattfand), Kapstadt, Kergueleninsel, St. Helena und Ponta Delgado auf den Azoren. Diese Beobachtungen sind in aller Ausführlichkeit angegeben, so daß jederzeit eine Kontrolle möglich ist und die Methode der Messung dadurch erläutert wird. Es wird von Interesse sein, eine kurze Zusammenstellung der erlangten Werte der Horizontalintensität an den verschiedenen Stationen hier zu geben.

Magnetische Beobachtungen.

	Horizontalintensität	Anzahl der Beobacht.
Kapstadt	0,18398	2
Kerguelen	0,16489	2
„Gauß“ (Winterstation)	0,13300	3
Simonstown	0,18234	2
St. Helena	0,23523	1
Ponta Delgado (Azoren)	0,22050	1

Das III. Kapitel beschäftigt sich mit der Theorie der Deviation des Kompasses an Bord. Der Verfasser hat hier erheblich ausführlichere Darstellungen dieser nicht einfachen Materie gegeben, als sie für den nächstgelegenen Zweck notwendig gewesen wären. Es ist das sehr zu begrüßen, zumal die brauchbaren und theoretisch einigermaßen erschöpfenden Abhandlungen über diesen Gegenstand nicht zahlreich sind. Die ersten Untersuchungen über die Deviation des Kompasses auf eisernen oder mit erheblichen Eisenteilen versehenen Schiffen rührt von den Engländern Archibald Smith und Kapitän F. T. Evans her, außerdem ist sie dann für bestimmte Zwecke weiter ausgebaut bei Gelegenheit der Challenger- und der Gazelleexpeditionen und in dem von der Deutschen Seewarte bearbeiteten kleinen Buche „Der Kompaß an Bord“. In dem Handbuch der Navigation, herausgegeben von dem Reichs-Marineamt, sind im wesentlichen nur die für die nächste Praxis nötigen Dinge und Formeln behandelt, also vor

allem nur die eigentliche Deviation, d. h. die Ablenkung der Magnetnadel im horizontalen Sinne. Eine allgemeine Theorie ist eigentlich erst von Börgen und später von dem Verfasser selbst gegeben worden in Neumayers „Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen". Die in dem vorliegenden Heft gegebene Darstellung ist sehr durchsichtig gehalten und dürfte dabei doch überall die notwendige Genauigkeit, die überhaupt in der Praxis bei solchen Bestimmungen an Bord erreichbar ist, vollauf wahren. —

Ein besonderes Interesse, namentlich für den Nautiker, beansprucht die Untersuchung der Konstanz und des Verlaufs der einzelnen Deviationskoeffizienten. Die verschiedenen Methoden, die der Verfasser in der Lage war, zu ihrer Bestimmung zu verwenden, geben eine große Sicherheit der numerischen Werte und zeigen, wie die Verteilung des weichen Eisens des Schiffes und die verschiedene Lagerung und Massenverteilung auf den Verlauf der Deviation aller drei Elemente (Deklination, Horizontalintensität und Vertikalkomponente) eingewirkt haben. An den schon oben genannten Orten konnten sichere Bestimmungen gemacht werden durch Schwaien des Schiffes, aber außerdem sind solche noch auf See und an einigen anderen Orten auf der Ausreise und Rückreise gemacht worden. Die erhaltenen Daten sind aber doch zu spezieller Natur, um es gerechtfertigt erscheinen zu lassen, hier näher darauf einzugehen. Ich möchte aber nicht unterlassen, jedem, der sich besonders für diese Dinge interessiert, auf die Entwickelungen und Vergleichungen des Verfassers aufmerksam zu machen.

Da alle Beobachtungen der hier behandelten Art an Bord stark von den Bewegungen des Schiffes, die es infolge seiner Vorwärtsbewegung, der Abtrifft, des Rollens und Stampfens ausführt, abhängig sind, hat es der Verfasser für wünschenswert gehalten, noch eine mechanisch mathematische Untersuchung dieser sehr zusammengesetzten Bewegungsformen des Schiffes in einem Schlußkapitel auszuführen. Obgleich sich der Verfasser bei seinen Deviationsbeobachtungen und anderen Bestimmungen magnetischer Werte eines nach eigenen Angaben gebauten sogen. Schlingertisches bediente, und dieser auch mittschiffs so günstig wie möglich aufgestellt war, so ist die Untersuchung des Einflusses der Schiffsbewegungen auf seine Beobachtungen doch von erheblichem Wert. Außerdem aber bietet sie auch ein erhebliches Interesse durch die Art, wie der Verfasser dieses für spätere Reisen mit ähnlichen Zwecken wichtige Problem behandelt.

Ambronn.

Hugo Dingler, **Grenzen und Ziele der Wissenschaft.** 125 S. kl. 8. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1910. Geheftet M. 2.50

In sehr klarer und leichtverständlicher Form legt der Verf. in der vorliegenden kleinen Schrift die Ergebnisse seiner erkenntnistheoretischen Studien dar. Die interessante und anregende Auffassung Dinglers, die allerdings besonders von seiten der Fachphilosophen nicht unwidersprochen bleiben dürfte, kann hier natürlich nicht näher diskutiert werden, nur so viel sei gesagt, daß sie im wesentlichen auf dem Identitätssatze beruht, nach dem ein Vorgang identisch mit der Summe seiner Bedingungen ist, und mit Hilfe des Ökonomieprinzips, demzufolge jeder Vorgang in seine einfachsten Bestandteile, seine Elemente, zerlegt werden muß, und von Limessätzen, nach denen sich unsere Erkenntnis der Vorgänge in „Genauigkeitsschichten" den Vorgängen selbst asymptotisch nähert, im einzelnen weiter ausgeführt wird. Eine kurze Literaturübersicht, in der eine Reihe wichtigerer Schriften zur naturwissenschaftlichen Erkenntnistheorie angeführt sind, schließt das empfehlenswerte Büchlein.

Werner Mecklenburg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen Dr. Georg Wiegner für Agrikulturchemie.

Verliehen: Dem ord. Professor des Maschinen-Ingenieurwesens an der Technischen Hochschule Berlin Emil Josse, dem Vorsteher des Meteorologisch-Magnetischen Observatoriums bei Potsdam, ordentlichem Honorarprofessor für Geophysik an der Universität Berlin Dr. Adolf Schmidt und dem Direktor der Hauptstation für Erdbebenforschung in Straßburg Professor Dr. O. Hecker der Titel Geheimer Regierungsrat, dem a. o. Professor für technische Chemie an der Universität Jena Dr. Edgard Vongerichten der Titel Hofrat, dem Ersten Assistenten am Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie in Berlin-Dahlem Dr. Gerhard Just der Titel Professor.

Gestorben: Der Mathematiker Jean-Rodolphe Radau, de l'Académie des sciences, Mitglied des Bureau des Longitudes, in Paris.

Angebote.

Bekanntmachung.

Zum 1. Februar 1912 wird ein **junger, tüchtiger**

Diplomingenieur

des Maschinenbaufaches als Ingenieurassistent für hydromechanische Untersuchungen und Arbeiten **gesucht.** Sehr gute Fachkenntnisse und außerdem Kenntnisse in der Elektrotechnik sind erforderlich. Die Annahme erfolgt auf Privatdienstvertrag gemäß § 611 B.G.B u. ff. und zwar zunächst auf dreimonatige Probebeschäftigung. Die Anfangsvergütung beträgt monatlich etwa 200 M. Dem Bewerbungsschreiben sind Zeugnisabschriften, Lebenslauf und Angaben über den Bildungsgang und die Militärverhältnisse beizufügen.

Kaiserliches Torpedoversuchskommando Kiel.

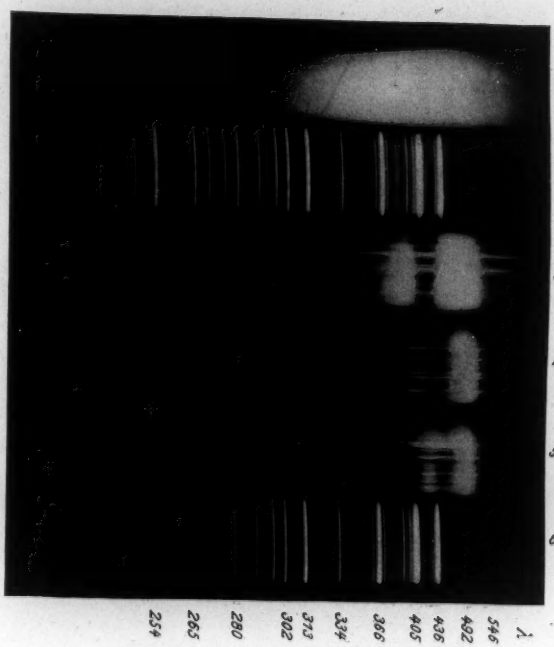
Im Physikalischen Institut der **Technischen Hochschule Dresden** ist am 1. April 1912 infolge einer Berufung des Adjunkten eine

Assistentenstelle

zu besetzen. Bewerbungen möge ein Lebenslauf und Referenzen beigefügt werden.

Dr. Hallwachs.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



B. Walter, Absorptionsspektra phosphoreszierender Stoffe.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

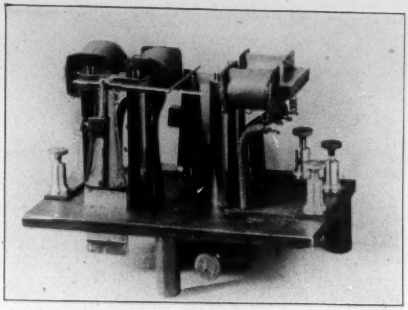


Fig. 1.

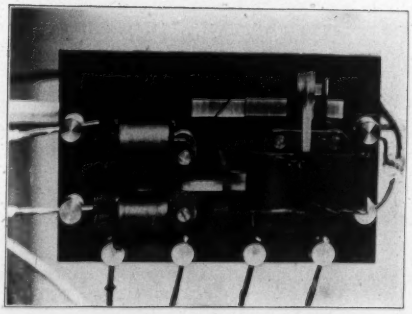


Fig. 2.

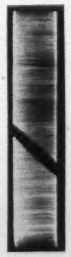


Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 1.

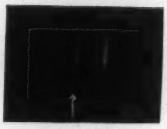


Fig. 2.

a

b

Fig. 3.

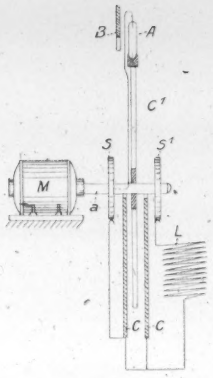


Fig. 1.

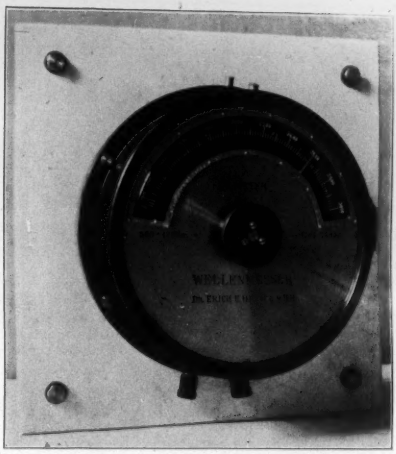


Fig. 4.

Fig. 3.

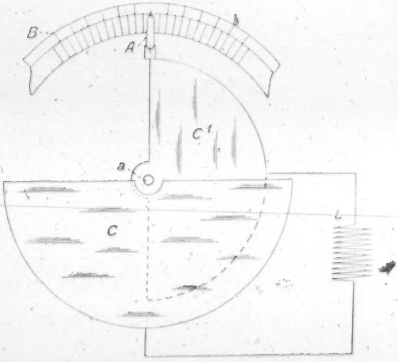


Fig. 2.

Fig. 5.

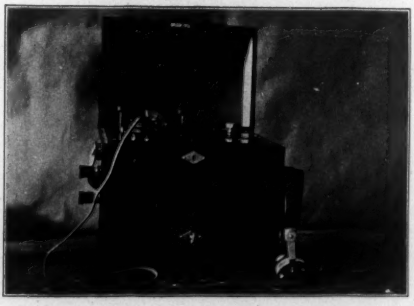


Fig. 6.

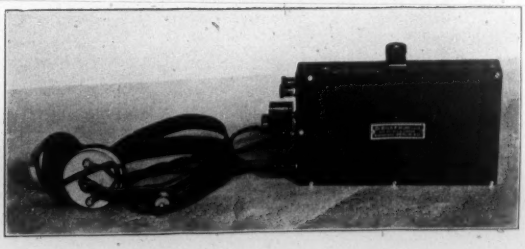


Fig. 7.

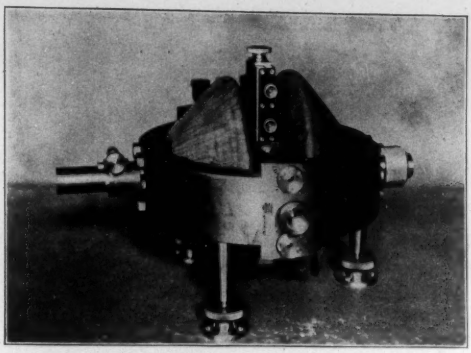


Fig. 8.

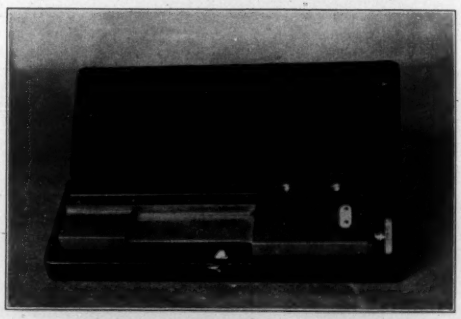


Fig. 9.

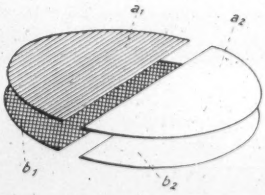


Fig. 10.

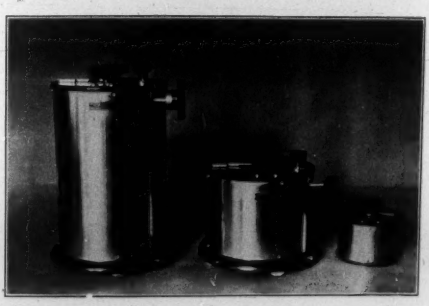


Fig. 12.

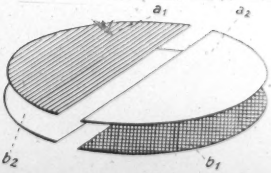


Fig. 11.